

# LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

Curso en nueve lecciones

*Bernardo Adeva Andany*

*Universidade de Santiago de Compostela*



# LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

Curso en nueve lecciones

Bernardo Adeva Andany

*Universidade de Santiago de Compostela*



Copyright Bernardo Adeva Andany 2017

ISBN 978-84-16989-83-6

Liberlibro

eBook

# INTRODUCCION

La explosión de las supernovas, la combustión del hidrógeno solar para formar helio, la desintegración de los quarks pesados, o la radiación nuclear beta, ejemplos de interacción débil, no son fenómenos independientes del electromagnetismo, sino que se encuentran íntimamente relacionados con este a través del campo de Higgs.

Este eBook contiene una introducción moderna a la teoría de unificación electrodébil, que es parte del llamado Modelo Estándar de la física de partículas. Se exponen de manera precisa no sólo algunas de las ideas teóricas clave, sino también los experimentos que las pusieron de manifiesto. Se señalan los hitos principales del proceso de consolidación de dicha teoría que, en su parte experimental, abarca 40 años, desde el descubrimiento de las corrientes neutras en 1973 hasta el bosón de Higgs en 2012.

Se supone que el lector ha sido introducido a la mecánica cuántica y a los campos basados en el principio de invariancia gauge local, y que conoce la teoría de Dirac para el movimiento del electrón relativista. Es un curso especialmente adecuado para estudiantes de grado en Física, como parte de una asignatura optativa de física de partículas.

El curso se estructura en nueve lecciones, que en la pizarra son de 90 minutos de duración cada una. Contiene una colección muy selecta de problemas y ejercicios, que tienen como hilo conductor el cálculo de los tiempos de vida de los fermiones y bosones fundamentales, así como la comprensión de algunos resultados experimentales de relevancia histórica.

Mi gratitud a todos aquellos que han contribuido con sus comentarios a mejorar el curso, en particular a todos los alumnos de grado en Santiago que en los últimos años han atendido a mis clases, habiendo sido implacables en la detección de todo tipo de erratas, o explicaciones insuficientes. Estoy además en deuda muy especial con Enrique Fernández Sánchez, por sus inapreciables comentarios en determinados temas de física.

Santiago de Compostela, 12 de Febrero de 2024

# LECCIONES I-VI

## 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

## 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

## 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

## 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

## 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

## 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# LECCIONES VII-IX Y PROBLEMAS

## 7 LA TEORÍA LAGRANGIANA $SU(2) \times U(1)$

- Lagrangianos relativistas clave
- Planteamiento de la teoría gauge
- Contenido de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- Propiedades de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- La hipercarga débil
- Bosones físicos y bosones gauge
- Significado de la unificación electrodébil
- Las cargas conservadas en  $SU(2) \times U(1)$
- Los acoplos del Z

## 8 LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

- La simetría espontáneamente rota
- El campo de Higgs
- Las masas del W y del Z
- La constante de Fermi
- El parámetro  $\rho$ , el valor de  $v$  y la masa del Higgs
- Los escalares sin masa se desacoplan
- El fotón permanece sin masa
- Hitos de la unificación electrodébil

## 9 LAS MASAS DE LOS FERMIONES

- Las tres generaciones de quarks
- El acoplo Yukawa
- La masa de los quarks
- Autoestados de masa y de sabor
- La matriz de Kobayashi-Maskawa
- Ángulo de Cabibbo y parametrización de Wolfenstein
- La corrientes neutras no cambian el sabor
- Acoplo del Higgs a fermiones y bosones
- Evidencia de los acoplos del Higgs

## 10 PROBLEMAS DEL CURSO

- Espacio físico desintegración beta
- Asimetría Garwin-Lederman
- Vida media del Tau
- Vida Media del Charm
- Vida media del Bottom
- Vida media del Top
- Oscilación de mesones neutros
- Parte  $V+A$  de la corriente neutra
- Fracción de antimateria en el protón
- Fracción de corrientes neutras
- Simetrías discretas y matriz CKM
- Ángulo de Weinberg
- Tres familias de neutrinos
- Asimetría electrón-positrón en pares de muones
- Oscilación, matriz CKM y violación CP
- Asimetría CP en la oscilación
- Vida media del bosón de Higgs

## LA VIOLACION DE PARIDAD

### 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

### 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

### 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

### 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

### 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

### 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# ECUACION DE DIRAC Y QUIRALIDAD

Ecuación de Dirac:  $(\not{p} - m)\psi = 0$

Soluciones libres:

$$\psi(x) = u(p, s)e^{-ipx}, \quad v(p, s)e^{ipx}$$

$\mathbf{p} = (0, 0, p)$  (ó sustituir  $\frac{p}{E+m} \rightarrow \frac{\sigma \mathbf{p}}{E+m}$ ):

$$u^\uparrow = N \begin{pmatrix} \uparrow \\ \frac{p}{E+m} \uparrow \end{pmatrix} \quad u^\downarrow = N \begin{pmatrix} \downarrow \\ \frac{-p}{E+m} \downarrow \end{pmatrix}$$

Para positrón, antiquark ( $\mathbf{p} = (0, 0, p)$ ):

$$v^\uparrow = N \begin{pmatrix} \frac{-p}{E+m} \downarrow \\ \downarrow \end{pmatrix} \quad v^\downarrow = N \begin{pmatrix} \frac{p}{E+m} \uparrow \\ \uparrow \end{pmatrix}$$

$$\text{con } N = \sqrt{E + m}$$

Recordatorio:

$$\not{p} \equiv p_\mu \gamma^\mu$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu \equiv 2g^{\mu\nu}$$

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

Representación de Dirac-Pauli:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma^\mu = (\gamma^0 \quad \vec{\gamma})$$

La maravilla de la teoría de Dirac, el espinor ADJUNTO:  $\bar{\psi} \equiv \psi^{*T} \gamma^0$

que permite crear cantidades relativistas:  $\bar{\psi} \Gamma_i \psi$

con  $\Gamma_i = 1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5 \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu} = \gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu$

$i$  = escalar, pseudoescalar, **vector**, **vector-axial**, tensor

## EL SIGNIFICADO DE $\gamma^5$

- El operador  $\gamma^5$  se denomina QUIRALIDAD
- Llamemos  $k \equiv \frac{p}{E+m}$ . Los límites ultrarrelativistas:  $v \rightarrow c$ ,  $m \rightarrow 0$ ,  $p \gg m$ , ó  $k \rightarrow 1$  son equivalentes, y es común su denominación de *límite quiral*
- Los autoestados de helicidad  $u^{\uparrow, \downarrow}$  **no son** autoestados de  $\gamma^5$
- Pero a velocidades muy altas, en el límite quiral,  $u^{\uparrow, \downarrow}$  *se aproximan* a autoestados de  $\gamma^5$ , y el operador  $\gamma^5$  representa en dicho límite la helicidad  $\mathcal{H} \equiv 2\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}/p$ , con los mismos autovalores que esta:  $(+1, -1)$

En efecto:  $\gamma^5 u^\downarrow = \gamma^5 \begin{pmatrix} \downarrow \\ -k \downarrow \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k \downarrow \\ \downarrow \end{pmatrix} \xrightarrow{v \rightarrow c} \begin{pmatrix} - \downarrow \\ \downarrow \end{pmatrix} = -u^\downarrow$ , autovalor:  $-1$   
y análogamente  $\gamma^5 u^\uparrow = u^\uparrow$ , autovalor:  $+1$



# LOS PROYECTORES QUIRALES $\frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$

- Cada uno de los proyectores quirales  $\gamma_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$  actúa sobre AMBAS helicidades (llamadas en adelante *igual* o *contraria* al operador). Por ejemplo  $\gamma_L$ :

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u^\uparrow = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \uparrow -k \uparrow \\ -\uparrow +k \uparrow \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1 - k) \begin{pmatrix} \uparrow \\ -\uparrow \end{pmatrix}$$
$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u^\downarrow = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \downarrow +k \downarrow \\ -\downarrow -k \downarrow \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1 + k) \begin{pmatrix} \downarrow \\ -\downarrow \end{pmatrix}$$

- Luego podemos evaluar su acción sobre cualquier estado cuántico del fermión. Por ejemplo, sobre el estado  $u = \frac{1}{\sqrt{2}}u^\uparrow + \frac{1}{\sqrt{2}}u^\downarrow$  con helicidad promedio nula  $\langle \mathcal{H} \rangle = 0$ :

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ (1 - k) \begin{pmatrix} \uparrow \\ -\uparrow \end{pmatrix} + (1 + k) \begin{pmatrix} \downarrow \\ -\downarrow \end{pmatrix} \right]$$

cuya helicidad promedio es ahora:

$$\langle \mathcal{H} \rangle_L = \frac{(1 - k)^2 - (1 + k)^2}{(1 - k)^2 + (1 + k)^2} = \frac{-p}{E} = -\beta = -\frac{v}{c}$$

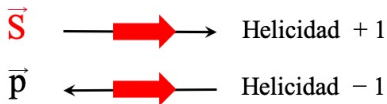
- Esta expresión tiene gran importancia, pues nos indica la *polarización exacta* que induce una teoría quiral ( $\gamma_L$ ) sobre el fermión acoplado

# LA TRANSFORMACION DE PARIDAD

La transformación de PARIDAD P consiste en la Mecánica Cuántica en invertir las coordenadas espaciales, preservando el sentido del tiempo (*signo del giro  $\vec{r} \times \vec{p}$* ):

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \quad \vec{p} \rightarrow -\vec{p} \quad \vec{S} \rightarrow \vec{S}$$

Entonces, P cambia la HELICIDAD de los fermiones:



- Luego *toda reacción que produzca con preferencia una determinada helicidad de los fermiones viola P*. Por lo que sabemos hoy, la Paridad se conserva estrictamente en la interacción fuerte (QCD), en el Electromagnetismo de Maxwell (QED), ambas teorías cuánticas y relativistas, y existen pocos datos sobre su posible violación en distintas aproximaciones a la gravedad cuántica.
- En 1956 T. D. Lee planteó abiertamente la pregunta: ¿Es posible la violación de la Paridad en la física cuántica?

## DESCUBRIMIENTO DE LA VIOLACION DE PARIDAD

En el año 1957, varios experimentos demostraron independientemente y de forma inequívoca la violación de la paridad P en procesos cuánticos de interacción débil. Dos de ellos, publicados el 15 de Enero, tuvieron importancia histórica:

- El de Wu, Ambler y Hudson en Washington DC, utilizando criogenia a temperaturas de  $mK$  para polarizar el núcleo de muy alto espín ( $J=5$ ) del  $^{60}\text{Co}$ , en la desintegración  $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$ .
- El de Garwin, Lederman y Weinrich en Columbia University Nueva York, utilizando muones ( $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}/c^2$ ) espontáneamente polarizados por la desintegración de piones (como veremos), y adecuadamente frenados en grafito, en la desintegración:  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ .

En ambos casos la tasa de emisión de electrones con **helicidad  $-1$**  resultó ser significativamente **mayor** que la tasa de emisión con **helicidad  $+1$** . Aunque en ambos casos el estado inicial se encontraba polarizado, el hecho anterior resulta ser general.

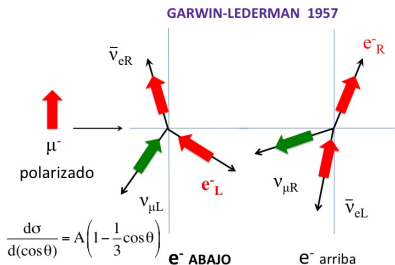
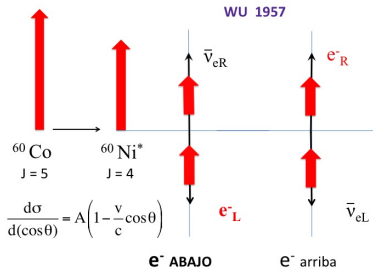
# LOS DOS EXPERIMENTOS CLAVE

SIMILITUDES entre ambos experimentos:

- ambos utilizaron polarización inicial, sin intentar medir polarización del  $e^-$  saliente
- ambos vieron una **asimetría negativa** en la emisión de electrones, respecto a la dirección del espín inicial: signo inequívoco de violación de P
- en ambos la conservación de  $\vec{J}$  y la asimetría negativa sugieren una solución quiral con el **electrón a izquierdas** y el **antineutrino  $\bar{\nu}_e$  a derechas**
- en ambos el análisis cuantitativo revela que el acoplo relativista es **100 % quiral a izquierdas**:  $\frac{1}{2}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$

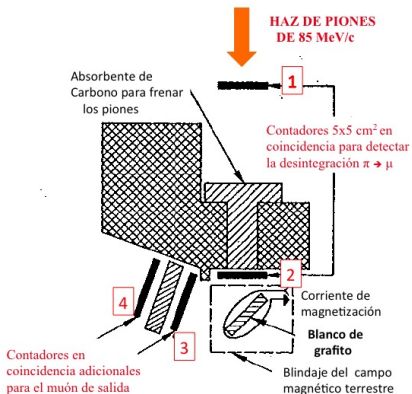
DIFERENCIAS:

- Mientras el  $^{60}\text{Co}$  es semirelativista ( $\gamma_{e^-} = 1.25$ , con  $v/c = 0.6$ ), el  $\mu^-$  es ultrarrelativista ( $\gamma_{e^-} = 220$ )
- La correcciones fotónicas son importantes para el  $^{60}\text{Co}$ , pero casi nulas para el  $\mu^-$

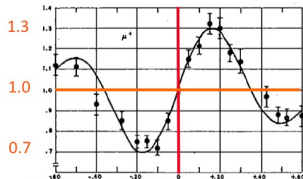


# EL EXPERIMENTO DE GARWIN-LEDERMAN

- La desintegración al reposo  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  produce muones *polarizados* al 100 %.
- Se indujo la precesión de Larmor del  $\mu^-$  en reposo de frecuencia  $\omega = g_\mu e |\vec{B}| / (2m_\mu)$
- El frenado en grafito mantiene la dirección del espín del muón.
- *El espín del muón gira (en el plano del dibujo) una vuelta en promedio durante su tiempo de vida  $\tau_\mu = 2.20 \mu\text{s}$ .*



↑ NÚMERO DE CUENTAS RELATIVO AL CAMPO CERO



CORRIENTE DEL CAMPO DE PRECESIÓN EN AMPERIOS →

La *curva impar* indica violación de Paridad.

Se midió  $1 + a \cos \theta$  con  $a = -0.33 \pm 0.03$

en buen acuerdo con  $1 - \frac{1}{3} \cos \theta$

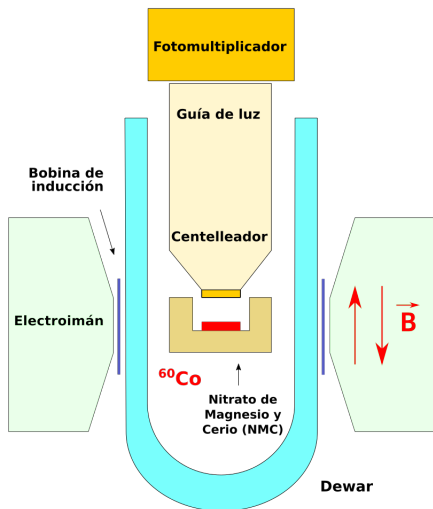
(véase Problema 2)

$\omega = 14 \text{ KHz}$  con  $|\vec{B}| = 1 \text{ G}$

- Se midió además por vez primera  $g_\mu = +2.00 \pm 0.10$  para el muón.

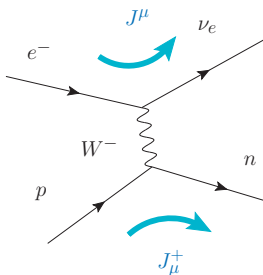
# EL EXPERIMENTO DE WU

- Un único fotomultiplicador:  $\cos\theta = +1$  (arriba).
- Se emiten **más electrones en dirección contraria al campo  $\vec{B}$**  ( $-40\%$ ).



- El espín nuclear muy elevado del  $^{60}\text{Co}$  ( $J=5$ ) y los espines altos del Mg y Ce en la sal NMC facilitan la polarización nuclear en el mK.
- Un electroimán para enfriamiento por desimantación adiabática. Una bobina de inducción para la magnetización de la muestra.
- Los datos indican  $a = -1$  en  $1 + aP \cdot (v/c)\cos\theta$ , siendo conocidos  $v/c = 0.6$  y  $P = 0.67$  (polarización conseguida en la muestra).

# LA TEORIA DE FERMI



igual  $|\mathcal{M}|^2$  para  
 $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{n} e^+ \nu_e$  y  $\mathbf{p} e^- \rightarrow \mathbf{n} \nu_e$   
 (captura  $e^-$ , supernovas)

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

- En 1934 Enrico Fermi introdujo una teoría relativista para la desintegración  $\beta$  basada en espinores de Dirac y un acoplo vectorial ( $\gamma^\mu$ ) entre corrientes cargadas inspirado en el Electromagnetismo, con amplitud:

$$\mathcal{M} = G_F (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu u_e)$$

- La constante  $G_F$  es dimensional [ $\text{GeV}^{-2}$ ]<sup>1</sup> porque representa el propagador de un bosón de espín 1 muy masivo  $g_w^2 / (M_W^2 - q^2) \approx g_w^2 / M_W^2$  en el límite  $q^2 \ll M_W^2$ , siendo  $q^2 = (p_e - p_{\bar{\nu}_e})^2 = (p_n - p_p)^2$
- La teoría de Fermi tuvo enorme éxito en el periodo 1934-1957 porque logró interpretar las vidas medias y los espectros de emisión nuclear  $\beta$  de todas las desintegraciones conocidas, con una única constante de acoplo:  
 $G_F = 1.16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  (valor actual).
- Dado que  $\gamma^\mu = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\gamma^\mu + \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\gamma^\mu$ , resulta evidente que dicha teoría **no puede interpretar la violación de paridad observada**, pues predice igual número de electrones a derechas ( $\mathcal{H} = +1$ ) que a izquierdas ( $\mathcal{H} = -1$ ).

<sup>1</sup> sin adoptar  $\hbar = c = 1$ , su dimensión exacta es de energía  $\times$  volumen [ $\text{J m}^3$ ]

# LA TEORÍA V–A

- En 1957 quedó establecida por Sudarshan, Marshak, Feynman, Gell-Man y Sakurai la **teoría V–A**, que reemplaza a la teoría de Fermi con la amplitud:

$$\mathcal{M}(p \rightarrow ne^+\nu_e) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{u}_n \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u_p \right] \left[ \bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u_e \right]$$

$$\mathcal{M}(\mu^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu}_\mu \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u_\mu \right] \left[ \bar{u}_e \gamma_\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\nu_e \right]$$

- Responde a la estructura general:  $\mathcal{M} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu^+$ . Si  $J^\mu$  "baja la carga",  $J_\mu^+$  "sube la carga"(hermítica conjugada). Cada una es **quiral a izquierdas** y puede estar formada por hadrones o por leptones, indistintamente.
- La teoría V–A describe TODAS las interacciones débiles por corrientes cargadas en Física Nuclear y de Partículas. En el día de hoy no se conoce ninguna violación a su carácter estrictamente quiral a izquierdas y forma **parte esencial del Modelo Estándar**.
- Con el factor  $\sqrt{2}$  indicado,  $G_F$  recupera exactamente los mismos valores experimentales que tendría en la teoría de Fermi, y en relación a la masa del bosón, vale evidentemente  $G_F = \sqrt{2}g_w^2/(4M_W^2) = \sqrt{2}g^2/(8M_W^2)$  en unidades  $\hbar = c = 1$ . La constante adimensional  $g \equiv g_w\sqrt{2}$  surgirá más adelante en el Modelo Estándar<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> la relación exacta es  $G_F = \sqrt{2}g^2(\hbar c)^3/[8(M_W c^2)^2]$  (unidades  $\text{Jm}^3$ ), sin adoptar  $\hbar = c = 1$ .



## LA DESINTEGRACION $\beta$

### 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

### 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

### 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

### 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PÍON Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

### 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

### 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# QUARKS Y LEPTONES A IZQUIERDAS

- Pueden formarse amplitudes  $\frac{4G_F}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu^+$  con corrientes cargadas  $J^\mu$  *quirales a izquierdas* (llamadas L ó V-A) formadas por *quarks o leptones* de cualesquiera dos de las 6 posibilidades **entre las 3 generaciones conocidas** (21 formas):

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$$

pues debido a la carga eléctrica de los quarks ( $+\frac{2}{3}|e|$  tipo UP y  $-\frac{1}{3}|e|$  tipo DOWN), esta sube o baja una unidad  $\Delta Q = \pm 1|e|$  en cada doblete.

- Estas corrientes son análogas a la corriente vectorial  $\gamma^\mu = \gamma^\mu(\gamma_R + \gamma_L)$  que acopla quarks y leptones cargados al fotón en QED (carga eléctrica), o quarks al gluón en QCD (color), pero, a diferencia de estas, *sólo poseen la componente quiral a izquierdas*  $\gamma^\mu \gamma_L$
- Nótese cómo, al ser  $\overline{(1 - \gamma^5)u_e} = u_e^{*T}(1 - \gamma^5)\gamma^0 = u_e^{*T}\gamma^0(1 + \gamma^5) = \bar{u}_e(1 + \gamma^5)$ , el filtro quiral actúa sobre AMBOS fermiones acoplados en la corriente. Por ejemplo, con  $J^\mu = \bar{u}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u_{\nu_e}$ :

$$\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_{\nu_e} = \bar{u}_e (1 + \gamma^5) \gamma^\mu u_{\nu_e} = \overline{(1 - \gamma^5)u_e} \gamma^\mu u_{\nu_e}$$

que acopla indistintamente en el estado (inicial, final):  $(e_L^-, \nu_L)$ ,  $(\bar{\nu}_R, e_R^+)$ ,  $(0, \nu_L e_R^+)$ ,  $(e_L^-, \bar{\nu}_R, 0)$ , y análogamente para  $J^{\mu+}$ .

# LA REGLA DE CASIMIR

- En el cálculo de diagramas de Feynman, tienen interés las siguientes relaciones, basadas en la propiedad  $\sum_s u\bar{u} = \not{p} + m$ , conocidas como *regla de Casimir* (siendo  $\sum_s \bar{u}(p)\Gamma u(p) = \text{Tr}[(\not{p} + m)\Gamma]$  y  $[\bar{u}(a)\Gamma u(b)]^* = \bar{u}(b)\bar{\Gamma}u(a)$  lemas previos)<sup>3</sup>:

$$\sum_{\text{espines}} [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)] [\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* = \text{Tr} [\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a + m_a)]$$

$$\sum_{\text{espines}} [\bar{v}(a)\Gamma_1 v(b)] [\bar{v}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = \text{Tr} [\Gamma_1(\not{p}_b - m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a - m_a)]$$

donde  $\Gamma_i = 1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}$  representan *cualquier producto* de matrices  $\gamma$ . Se define  $\bar{\Gamma} \equiv \gamma^0\Gamma^+\gamma^0$ , siendo  $\Gamma^+$  conjugada y traspuesta, y puede probarse fácilmente que  $\overline{\gamma_a\gamma_b\gamma_c\gamma_d} = \gamma_d\gamma_c\gamma_b\gamma_a$ , pero  $\overline{\gamma^\mu(1-\gamma^5)} = \gamma^\mu(1-\gamma^5)$ , y  $\overline{1-\gamma^5} = 1+\gamma^5$ .

- Con  $\Gamma_1 = \Gamma_2$  permiten calcular  $\sum_{ss'} |\mathcal{M}|^2$ , pero también sirven para calcular interferencias del tipo  $\sum_{ss'} \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2$ .
- Debe recordarse que  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ , así como la propiedad cíclica de las trazas, que permite escribirlas de distintas formas.
- Para los casos mixtos disponemos de las expresiones:

$$\sum_{ss'} [\bar{u}(a)\Gamma_1 v(b)] [\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = \text{Tr}[\Gamma_1(\not{p}_b - m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a + m_a)]$$

$$\sum_{ss'} [\bar{v}(a)\Gamma_1 u(b)] [\bar{v}(a)\Gamma_2 u(b)]^* = \text{Tr}[\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a - m_a)]$$

<sup>3</sup> véase libro de Griffiths "Introduction to Particle Physics", pags. 249, 270.

# LA DESINTEGRACIÓN $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}^* e^+ \nu_e$

- Vamos a tomar como ejemplo detallado en la teoría V–A la desintegración  $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}^* e^+ \nu_e$ , un emisor  $\beta^+$  utilizado en Radiofísica<sup>4</sup>, con vida media  $\tau \ln 2 = 71\text{s}$ , defecto de masa  $\Delta m = 1.81 \text{ MeV}/c^2$ , y espín cero en ambos núcleos.
- Vamos a suponer que la reacción física subyacente es  $p \rightarrow n e^+ \nu_e$  (la más próxima a  $u \rightarrow d e^+ \nu_e$ ). Aunque *cinemáticamente sólo la reacción nuclear es exacta*, siendo los núcleos partículas cuánticas con masa bien definida (véase Problema 1).
- Suponiendo la *conservación de la energía y del momento* en la reacción anterior, la anchura parcial vendría dada por  $d\Gamma = \frac{1}{2m} \int |\mathcal{M}|^2 dQ_3$ , donde  $m = m_p$  es la masa del protón, y  $dQ_3$  es el elemento de volumen invariante Lorentz del espacio fásico 3-dimensional, con  $p_i = p_p$  y  $p_f = p_n + p_e + p_\nu$ :

$$dQ_3 = \frac{d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \frac{d^3 \mathbf{p}_e}{(2\pi)^3 2E_p} \frac{d^3 \mathbf{p}_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_f) = \frac{d^3 \mathbf{p}_e}{(2\pi)^3 2E_p} \frac{d^3 \mathbf{p}_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} \frac{d^3 \mathbf{p}_n}{2E_n} 2\pi \delta^{(4)}(p_i - p_f)$$

- Sin embargo, es claro que *no puede haber tal conservación*, pues  $m_p < m_n$  y la reacción se produce gracias al **movimiento de Fermi** de los nucleones, no estando bien definidas las masas de  $p$  y  $n$  dentro del núcleo (menos aún de los quarks  $u$  y  $d$ ). Independientemente, el movimiento de los primeros es **profundamente no relativista**.

<sup>4</sup> véase libro de Halzen-Martin "Quarks and Leptons".

# CINEMATICA DE LAS DESINTEGRACIONES $\beta$

- Para obtener la cinemática exacta, es preciso recordar que el origen de  $\delta^{(4)}(p_i - p_f)$  es la integración  $d^4x$  de  $\mathcal{M}$  incluyendo las ondas planas participantes:

$$\begin{aligned} T_{if} &= \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \int \left[ \bar{\psi}_n(x) \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_p(x) \right] \left[ \bar{\psi}_\nu(x) \frac{1}{2} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \psi_e(x) \right] d^4x \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int \psi_n^+(x) \psi_p(x) \cdot \bar{u}_{p\nu} \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{pe} \cdot e^{-i(p_\nu + p_e)x} d^4x \end{aligned}$$

- Las  $\psi_{p,n}$ , involucradas en la interacción V – A de corto alcance, están contenidas dentro del núcleo, y sujetas a la propiedad de normalización *relativista*  $\int \psi_N^+ \psi_N d^3x = 2m_N$ , donde sólo tiene sentido hablar de la función de ondas de un nucleón de masa  $m_N$  genérica, no estando definidas  $m_p$  ni  $m_n$  en su interior.
- Como  $\vec{v}/c \approx 0$  para el nucleón,  $\vec{j} = \bar{\psi}_N \vec{\gamma} \psi_N = |N|^2 \vec{v} \approx 0$ . Entonces se verifica  $\psi_N = N(\uparrow, k \uparrow) \rightarrow N(\uparrow, 0)$  luego  $\bar{\psi}_N \gamma^5 \psi_N = 0$  y  $\gamma^0 \psi_N = \psi_N$ . Así en la contracción se anulan los índices  $\mu \neq 0$ , también para el par  $(e^+, \nu_e)$ .
- La longitud de onda del  $\nu_e$  ó  $e^+$   $\lambda \sim h/(\Delta mc)$  es  $\sim 100$  veces mayor que el tamaño del núcleo ( $\Delta m \sim 1 \text{ MeV}/c^2$ ), luego tenemos  $e^{i p_\nu x} \sim 1$  y  $e^{i p_e x} \sim 1$  al realizar la integración espacial sobre  $d^3x$  (sólo contribuye el interior del núcleo).
- La integración en  $t$  del factor  $e^{i(E_p - E_n - E_e - E_\nu)t} dt$  genera la conservación exacta de la energía a partir de  $\Delta m$ : un factor  $2\pi\delta(\Delta m - E_e - E_\nu)$ . Por tanto:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{u}_{p\nu} \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{pe} \right] 2m_N \cdot I_s$$

# INSENSIBILIDAD A LA MASA DEL NUCLEON

- $I_s$  es el factor de isospín presente en cualquier desintegración  $\beta$ . Aquí  $I_s = 2/\sqrt{2}$  (comparar  $|pp\rangle$  en  $^{14}O$  con  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|pn\rangle + |np\rangle)$  en  $^{14}N^*$ , siendo el doble por los 2 protones idénticos que se pueden desintegrar).
- Es importante comprender que el resultado para  $\Gamma$  es **insensible al valor de la masa del nucleón  $m_N$** , pues al integrar sobre el espacio fásico del neutrón saliente ( $E_N = m_N$ ):

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_N} \int |\mathcal{M}|^2 dQ_3 = \frac{1}{2m_N} \int |\mathcal{M}|^2 \frac{d^3\mathbf{p}_N}{2E_N} (\dots)$$

se produce un factor  $1/(2m_N)^2$  que cancela exactamente el factor  $(2m_N)^2$  en  $|\mathcal{M}|^2$ , ya que:  $\int \frac{d^3\mathbf{p}_N}{2\sqrt{m_N^2 + \mathbf{p}_N^2}} \delta^{(3)}(\mathbf{p}_N + \mathbf{p}_{ret}) = 1/(2m_N)$  con  $\mathbf{p}_{ret} = \mathbf{p}_p + \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_\nu$  (véase el Problema 1 para un cálculo alternativo).

- La determinación precisa de la vida media requiere ahora la **suma sobre los estados de helicidad no observados** del positrón (y por supuesto, del neutrino) y la integración sobre el espacio fásico 6-dimensional de ambos:

$$d\Gamma = \frac{I_s^2}{2} G_F^2 \sum_{ss'} |\bar{u}(p_\nu)\gamma^0(1 - \gamma^5)v(p_e)|^2 \frac{d^3\mathbf{p}_e}{(2\pi)^3 2E_e} \frac{d^3\mathbf{p}_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} 2\pi\delta(\Delta m - E_e - E_\nu)$$

## TEORIA DE FERMI VERSUS TEORIA V-A

- Como vemos, el carácter quiral de la teoría V-A sigue presente en el factor  $1 - \gamma^5$ , pese al movimiento no relativista de los nucleones. Habría violación de paridad si se midiese la polarización del positrón. *Si renunciamos a hacerlo*, la suma en espines puede ser evaluada con ayuda de la regla de Casimir, y de algunas propiedades de las trazas de matrices  $\gamma$ , como la siguiente ( $p_{1,2}$  son 4-momentos cualesquiera):

$$\text{Tr} [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_1 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{p}_2] = 8 [p_1^\mu \cdot p_2^\nu + p_1^\nu \cdot p_2^\mu - (p_1 \cdot p_2) g^{\mu\nu}] + 8i \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} p_{1\alpha} p_{2\beta}$$

- En efecto, tras la aplicación de la regla de Casimir, siendo  $\overline{\gamma^0(1 - \gamma^5)} = \gamma^0(1 - \gamma^5)$ , resulta una traza que es un caso particular de la anterior, con  $\mu = \nu = 0$ :

$$\begin{aligned} \sum_{ss'} [\bar{u}_{p\nu} \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{pe}] [\bar{u}_{p\nu} \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_{pe}]^* &= \text{Tr} [\gamma^0 (1 - \gamma^5) (\not{p}_\nu + m_\nu) \gamma^0 (1 - \gamma^5) (\not{p}_e - m_e)] \\ &= 8(E_e E_\nu + \mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_\nu) = 8E_e E_\nu (1 + v_e \cos\theta) \end{aligned}$$

en el sistema en que el  $^{14}\text{O}$  está en reposo.

- Nótese que  $\text{Tr} [\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2] = 4 [p_1^\mu \cdot p_2^\nu + p_1^\nu \cdot p_2^\mu - (p_1 \cdot p_2) g^{\mu\nu}]$ , lo cuál nos indica que **la teoría de Fermi hubiera producido un resultado idéntico** al anterior, al no tener el factor  $1/2$  en  $G_F^2/2$ .

## EL ESPECTRO DE CURIE

- En ningún momento se han despreciado ni  $m_\nu$  ni  $m_e$ , pues la traza de un número impar de matrices  $\gamma$  es siempre nula, y las matrices  $\gamma^5$  y  $1 - \gamma^5$  son *ellas mismas un número par*. Por tanto:  $m_e \text{Tr}[\gamma^0(1 - \gamma^5)\not{p}_\nu(1 + \gamma^5)\gamma^0] = 0$ , y además  $m_e m_\nu(1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) = 0$ .
- Para evaluar la integral (séxtuple) en coordenadas esféricas, orientamos el eje Z a lo largo de la dirección del positrón. Entonces  $1 + v_e \cos\theta$  es la distribución angular del neutrino alrededor del positrón, y el segundo término integra a cero no importa el valor de su velocidad  $v_e$ . La mayor probabilidad se produce cuando ambas partículas salen en la misma dirección, como es lógico de la conservación del momento angular y de sus helicidades opuestas en la teoría V-A, teniendo espín cero ambos núcleos.
- El integrando en coordenadas esféricas es el siguiente (azimut integrado):

$$d\Gamma = \frac{2G_F^2}{(2\pi)^5} (1 + v_e \cos\theta) \left[ (2\pi d(\cos\theta) p_e^2 dp_e) (4\pi E_\nu^2 dE_\nu) \right] \delta(\Delta m - E_e - E_\nu)$$

- Que nos lleva al espectro del positrón, integrando sobre  $E_\nu$  y  $\cos\theta$  del neutrino:

$$\frac{d\Gamma}{dp_e} = \frac{4G_F^2}{(2\pi)^3} p_e^2 (\Delta m - E_e)^2 \int_{-1}^{+1} d(\cos\theta) (1 + v_e \cos\theta) = \frac{G_F^2}{\pi^3} p_e^2 (\Delta m - E_e)^2$$



# VIDA MEDIA DE LAS DESINTEGRACIONES $\beta$

- La distribución de momento  $d\Gamma/dp_e$  de los electrones  $\beta$  recibe el nombre genérico de **espectro de Curie**. El valor preciso del momento máximo  $p_{e,max}$  fue durante mucho tiempo objeto de investigación para detectar la masa del neutrino.
- Hemos visto en detalle la razón por la que el espectro de Curie resulta **idéntico en la teoría V–A y en la teoría de Fermi**: *pese a ser el neutrino ultrarrelativista, los nucleones son profundamente no relativistas, y no medimos la polarización del positrón.*
- Si contamos electrones emitidos en  $(t, t + dt)$ , observamos una distribución exponencial  $N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-\Gamma t}$  cuyo parámetro indica la vida media  $\tau$  del emisor. La predicción para  $\Gamma$  la obtenemos integrando en el momento  $p_e$  la función anterior:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G_F^2 (\Delta m)^5}{30\pi^3}$$

en cuya expresión hemos despreciado  $m_e^2$  frente a  $(\Delta m)^2$ , por simplicidad.

- Los análisis estadísticos con distintos emisores  $\beta$  hicieron evidente la existencia de una única constante de Fermi  $G_F$ , independiente del valor de  $(\Delta m)^5$ . Pero las medidas de **precisión** requieren conocer las **correcciones Culombianas**, por el intenso campo eléctrico visto por el positrón en la superficie del núcleo.
- Comparemos  $G_F^\beta = 1.136(3) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  con  $G_F = 1.1663788(7) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  de la desintegración del muón. Persiste una diferencia **física**, relacionada con las propiedades de los quarks:  $V_{ud}$  o el **ángulo de Cabibbo**, que estudiaremos.

## LA DESINTEGRACION DEL MUON

### 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

### 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

### 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

### 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

### 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

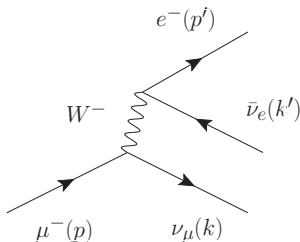
- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

### 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# LA REACCION $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$



- Siguiendo la estructura general  $\frac{4G_F}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu^+$ , la amplitud para este proceso en la teoría V - A es:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(k)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)u(p)] [\bar{u}(p')\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k')]$$

$$\text{con } p = p' + k' + k.$$

- Es fácil comprobar que  $\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)v(k')$  representa un  $\bar{\nu}_e$  saliente de helicidad *positiva*. Considerar un  $\nu_e$  entrante  $\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(k')$  daría el mismo resultado para  $|\mathcal{M}|^2$ .

- Toda anchura parcial de desintegración sigue la **expresión cuántica y relativista genérica**  $d\Gamma = \frac{1}{2m} \overline{|\mathcal{M}|^2} dQ$ , donde  $m$  es la masa de la partícula que se desintegra (aquí  $m = m_\mu$ ), la barra indica el *promedio* sobre las orientaciones del espín inicial y la *suma* sobre los espines del estado final, y  $dQ$  el espacio fásico invariante del estado final de  $N$  cuerpos.

## EL ESPACIO FASICO DE 3 CUERPOS

- Haciendo  $\omega \equiv E_{\nu_\mu}$ ,  $\omega' \equiv E_{\bar{\nu}_e}$ ,  $E \equiv E_{\mu^-}$  y  $E' \equiv E_{e^-}$ , la estructura del espacio fásico de los 3 cuerpos es:

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2E'} \left( \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 2\omega} \right) \frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3 2\omega'} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - p' - k - k') \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 \vec{p}'}{2E'} \frac{d^3 \vec{k}'}{2\omega'} \delta \left( (p - p' - k')^2 \right) \end{aligned}$$

- Donde la última expresión es consecuencia de la conocida integral sobre la capa de masas:  $\int \frac{d^3 \vec{k}}{2\omega} = \int d^4 k \theta(\omega) \delta(k^2 - m_{\nu_\mu}^2)$ , siendo  $\theta(\omega)$  la función escalón (que sirve para seleccionar energías positivas  $\omega > 0$ ), y del hecho de que:

$$\int d^4 k \delta^{(4)}(p - p' - k - k') \theta(\omega) \delta(k^2 - m_{\nu_\mu}^2) = \delta \left( (p - p' - k')^2 \right), \text{ con } m_{\nu_\mu}^2 = 0.$$

- De forma sucinta, la integral sobre la capa de masas se obtiene así:

$$\begin{aligned} \int d^4 k \theta(\omega) \delta(k^2 - m^2) &= \int d^3 \mathbf{k} \int d\omega \theta(\omega) \delta(\omega^2 - m^2 - \mathbf{k}^2) = \\ \int d^3 \mathbf{k} \int d\omega \theta(\omega) \frac{1}{|\omega|} &\left[ \delta \left( \omega + \sqrt{m^2 + \mathbf{k}^2} \right) + \delta \left( \omega - \sqrt{m^2 + \mathbf{k}^2} \right) \right] = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{2\omega} \cdot 1 \end{aligned}$$

## LA AMPLITUD NO POLARIZADA

- Si renunciamos a realizar el experimento de Garwin-Lederman, y promediamos sobre las **dos** orientaciones del espín del muón para calcular su vida media, podemos utilizar la regla de Casimir para cada factor de  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2$  en la forma:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 (\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2)^* = \frac{1}{2} \left( \sum_s \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^* \right) \left( \sum_{s'} \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^* \right)$$

- Haciendo  $m_e = 0$  (y por supuesto  $m_{\bar{\nu}_e} = m_{\nu_\mu} = 0$ ) obtenemos la expresión:

$$\text{Tr} \left[ \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{k} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p} + m_\mu) \right] \text{Tr} \left[ \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \not{p}' \gamma_\nu (1 - \gamma^5) \not{k}' \right]$$

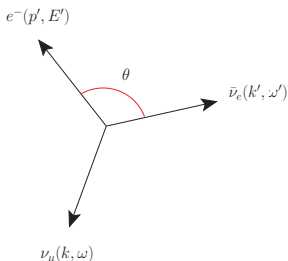
- Que hace muy útil conocer, para todo tipo de procesos V-A, la fórmula genérica:

$$\text{Tr} \left[ \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_1 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \right] \text{Tr} \left[ \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_3 \gamma_\nu (1 - \gamma^5) \not{p}_4 \right] = 256 (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4)$$

- La cuál nos lleva a la expresión final (el término en  $m_\mu$  es n° impar de matrices  $\gamma$ ):

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{2} 256 (kp')(pk') = G_F^2 64 (kp') (k'p)$$

# LA CINEMATICA DE 3 CUERPOS



- En el sistema en reposo del muón tenemos:  
 $p = (m, 0, 0, 0)$  y  $(p - k')^2 = (k + p')^2 = 2kp'$ , ya que  $p'^2 = m_e^2 = 0$  y  $k^2 = m_{\nu\mu}^2 = 0$  ( $m \equiv m_\mu$ ).
- Dado que  $(p - k')^2 = p^2 - 2pk' = m^2 - 2m\omega'$  y  $k'p = m\omega'$ , podemos escribir la amplitud V-A como:  
 $2(kp')(k'p) = (p - k')^2(k'p) = (m^2 - 2m\omega')m\omega'$
- Resulta evidente que el ángulo de apertura  $\theta$  entre el  $e^-$  y el  $\bar{\nu}_e$  está unívocamente determinado por las energías de éstos.

- En efecto, veamos cómo el hecho cinemático anterior es justamente lo que refleja la función  $\delta(k^2) = \delta(m_{\nu\mu}^2)$  del espacio fásico de 3 cuerpos:

$$\delta\left((p - p' - k')^2\right) = \delta\left(p^2 - 2pp' - 2pk' + 2p'k'\right) = \delta\left(m^2 - 2mE' - 2m\omega' + 2E'\omega'(1 - \cos\theta)\right)$$

$$= \delta\left(A - 2E'\omega'\cos\theta\right) = \frac{1}{2E'\omega'}\delta\left(\cos\theta - \frac{A}{2E'\omega'}\right), \text{ con } A \equiv m^2 - 2m(E' + \omega') + 2E'\omega'$$

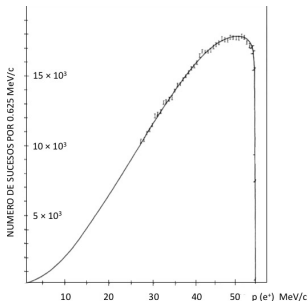
- Con lo cuál queda adecuadamente planteado el integrando de la anchura parcial:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2m\pi^5} \frac{d^3\mathbf{p}'}{2E'} \frac{d^3\mathbf{k}'}{2\omega'} m\omega'(m^2 - 2m\omega') \frac{1}{2E'\omega'} \delta\left(\cos\theta - \frac{A}{2E'\omega'}\right)$$

# EL ESPECTRO DE MICHEL

- Para realizar la integral (séxtuple) anterior sobre  $e^-$  y  $\bar{\nu}_e$ , situamos el eje Z a lo largo del electrón. Ambas distribuciones azimutales son planas, no estando ninguno de ellos transversalmente polarizado, y por tanto:  $d^3\mathbf{p}'d^3\mathbf{k}' = 4\pi E'^2 dE' 2\pi\omega'^2 d\omega' d(\cos\theta)$ . Como el ángulo de apertura  $\theta$  entre ambos está fijado por la función  $\delta$ , todo se reduce a una integral doble sobre sus energías:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2\pi^3} dE' d\omega' m\omega' (m - 2\omega') \text{ con límites : } 0 \leq E' \leq \frac{m}{2} \text{ y } \frac{m}{2} - E' \leq \omega' \leq \frac{m}{2}$$



Medidas originales del momento del positrón,  
M. Bardon et al. Phys. Rev. Lett. 14, 449  
(1965). La curva se corresponde con la fórmula  
indicada para  $d\Gamma/dE'$ .

- Integrando en  $\omega'$  obtenemos el **espectro de Michel** para la energía (momento) del electrón o positrón emitido:

$$\frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{G_F^2}{12\pi^3} m_\mu^2 E'^2 \left( 3 - \frac{4E'}{m_\mu} \right)$$

que constituye un test sobre la estructura V–A del acoplo y se encuentra en excelente acuerdo con los datos experimentales, algunos recientes de muy alta precisión.

- La **vida media del muón**  $\tau_\mu$  se obtiene integrando en  $E'$ :

$$\Gamma \equiv \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}$$

# LA VIDA MEDIA DEL MUON

- Cuando una partícula tiene varios canales de desintegración con anchuras parciales  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ , estas se suman para determinar la **anchura total**:  $\Gamma_t = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \dots$ , siendo la **vida media**  $\tau = 1/\Gamma_t$ . El tiempo de vida sigue una distribución exponencial con parámetro  $\tau$ , *no importa el canal en que se observe*.
- Dado que el hadrón más ligero es el pión  $\pi^- [\bar{u}d]$  que tiene una masa superior al muón, la desintegración  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$  es el **único canal** disponible. En efecto, un acoplo del tipo:  $\mu^- \rightarrow \bar{u}d\nu_\mu$  resultaría en la formación de al menos un pión, pues *los quarks libres son fuertemente inestables*. Además, como veremos, la desintegración electromagnética  $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$  resulta *inviabile en el Modelo Estándar*. Por tanto la anchura calculada es la anchura total, y el cálculo de  $\tau_\mu$  es exacto.
- Para demostrar la distribución asimétrica  $1 - \frac{1}{3}\cos\theta$  del  $\mu^-$  **polarizado** en el experimento de Garwin-Lederman, es necesario usar:  $u^\uparrow \bar{u}^\uparrow = \frac{1}{2}(m + \not{p})(1 + \gamma^5 \not{\not{p}})$ , siendo  $s^\mu = (|\mathbf{p}|, 0, 0, E)/m$  (véanse Problema 2 y Ejercicios 19 y 20).
- Los cálculos realizados en la teoría V-A, donde los 3 fermiones del estado final tienen masas<sup>2</sup> muy pequeñas respecto a la masa<sup>2</sup> del fermión inicial, constituyen un modelo perfecto para las desintegraciones del **leptón  $\tau$ , del charm  $c$ , del bottom  $b$  y del top  $t$** , y permiten evaluar sus vidas medias. Ejemplos:  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau d\bar{u}$ ,  $c \rightarrow s\mu^+\nu_\mu$ ,  $c \rightarrow su\bar{s}$ ,  $b \rightarrow c\mu^-\bar{\nu}_\mu$ , y  $b \rightarrow cs\bar{c}$  (véanse Problemas 3, 4, 5 y 6).



# EL MUON Y LA CONSTANTE $G_F$

- Medidas modernas de  $\tau_\mu$  (D.M. Webber et al., PRL 106, 041803 (2011)) han permitido la mejor determinación de una de las constantes más importantes de la Física, la constante de Fermi  $G_F = 1.1663788(7) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ . Ello requiere acumular muones y estudiar su frecuencia de precesión de Larmor, siguiendo la idea de Garwin-Lederman.
- Conocida independientemente la masa del bosón  $W^\pm$  ( $80.4 \text{ GeV}/c^2$ ),  $G_F$  fija la verdadera constante de acoplo adimensional de la interacción débil  $g_w^2$ , como se ha visto.
- Con una vida media en su sistema en reposo  $\tau_\mu = 2196980.3(2.2) \times 10^{-12} \text{s}$ , el muón vive en los aceleradores casi eternamente, en términos prácticos. Es la **partícula cargada más penetrante que se conoce**. Su selección a alta energía requiere la instalación de un absorbente hadrónico denso (Fe), de hasta metros de longitud.
- El alto poder penetrante del muón de alta energía ( $E_\mu \gtrsim 5 \text{ GeV}$ ) se deriva de 3 características únicas, aparte de su vida media alta:
  - probabilidad de bremsstrahlung (y creación de pares) muy baja, en comparación con el electrón (proporcional a  $1/m_\mu^2$ ).
  - baja sección eficaz de interacción profundamente inelástica (hadrónica) con los núcleos ( $\sigma_{\text{inel}} \approx 0.1 \text{ nb}$ ), en comparación con el pión.
  - sección eficaz de interacción con los electrones atómicos aún menor que la anterior, aunque mayor que para los neutrinos (por su carácter electromagnético).
- Casi todos los grandes descubrimientos de la física de partículas han requerido la selección, o antiselección, de muones.

## LA DESINTEGRACION DEL PION Y DEL KAON

### 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

### 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

### 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

### 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

### 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

### 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

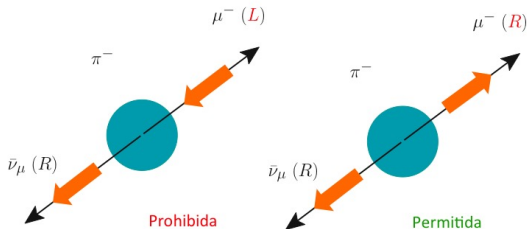
- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# PIONES Y KAONES

- Piones y kaones son las partículas más frecuentemente producidas en los aceleradores. Su composición en quarks es  $\pi^- [\bar{u}d]$ ,  $K^- [\bar{u}s]$ , y ambos tienen **espín cero**. Su carga eléctrica es la del electrón, y sus masas son  $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}/c^2$  y  $m_{K^\pm} = 493.7 \text{ MeV}/c^2$ . Existen también los modos neutros, con masas:  $m_{\pi^0} = 134.9 \text{ MeV}/c^2$  y  $m_{K_s^0} = 497.7 \text{ MeV}/c^2$ .
- En los aceleradores, los  $\pi^\pm$  y  $K^\pm$  ultrarrelativistas ( $E_{\pi,K} \gtrsim 1 \text{ GeV}$ ) son partículas **penetrantes** (no tanto como el muón, pero mucho más que electrones y fotones), pudiendo atravesar capas de materia de considerable espesor (detectores, o absorbentes). Hasta el momento no se les conocen aplicaciones industriales.
- Los  $\pi^\pm$  y  $K^\pm$  son penetrantes por dos razones fundamentales:
  - porque vuelan mucho en el sistema del laboratorio, debido a la dilatación de Lorentz ( $\Delta x = c\tau_0\gamma$ ). En reposo sus vidas medias son:  $\tau_{\pi^-} = 26.0 \text{ ns}$  y  $\tau_{K^-} = 12.4 \text{ ns}$  ( $c\tau_0 = 7.8 \text{ m}$  y  $3.7 \text{ m}$  respectivamente), que estudiaremos a continuación.
  - porque, al igual que el muón, no tienen bremsstrahlung, suprimido por su masa cuadrado. Esto evita el desarrollo de la *cascada electromagnética*, que frena a electrones y fotones. Desarrollan una **cascada hadrónica** por su interacción fuerte con los núcleos, siendo no obstante las secciones eficaces menores que para los neutrones lentos, y generando *poca actividad nuclear* (aunque se requiere cierta protección radiológica sobre los materiales irradiados, con haces muy intensos).

# LA SUPRESION DE HELICIDAD

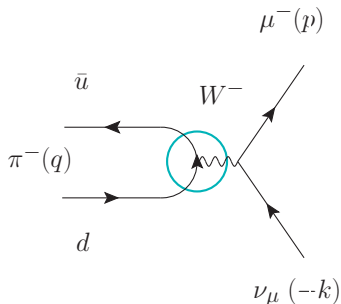
- Piones y kaones cargados se desintegran en *muones* formando una corriente cargada en la teoría V-A:  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  y  $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ . Dos hechos llaman sin embargo la atención:
  - ¿porqué se desintegran en *muón* y no en electrón, que tiene mayor espacio fásico?
  - y desintegrándose en muón, ¿porqué la desintegración es 100 veces más rápida que la del propio muón, con un espacio fásico menor ( $\propto m_\pi - m_\mu$  para el pión)?
- La respuesta a la primera pregunta está precisamente en la *estructura quiral del acoplo* V-A. En efecto, *la conservación del momento angular* nos indica que la desintegración ocurre únicamente a través de la **quiralidad contraria** (dibujo a la derecha), cuya probabilidad es, como vimos:  $(1 - v_\mu/c)/2 = (1 - k)^2 / [(1 - k)^2 + (1 + k)^2]$ . Esto explica porqué para el electrón ( $m_e = 0.5 \text{ MeV}/c^2$ ,  $v_e/c \sim 1$ ) está **casi totalmente suprimida**.



- La segunda pregunta requiere un análisis de la corriente cargada inicial del pión.

# LA CONSTANTE $f_\pi$

- La longitud de onda del  $\bar{\nu}_\mu$  (o del  $\mu^-$ ),  $\lambda \simeq \frac{2h}{(m_\pi - m_\mu)c}$ , es  $\sim 100$  veces mayor que el tamaño del  $\pi^-$  ( $\sim 1 fm$ ). Siendo este un estado ligado en QCD, la corriente cargada leptónica no se acopla a los quarks libres, sino a la función de ondas del pión. No podemos por tanto suponer un acoplo estrictamente  $V-A$  en los quarks, como en el par  $(\mu^-, \bar{\nu}_\mu)$ .



- La amplitud relativista debe contener un 4-vector Lorentz, luego es proporcional a  $q^\mu$ , único vector disponible:  $(\dots)^\mu = q^\mu f(q^2) \equiv q^\mu f_\pi$ <sup>5</sup> al ser  $S(\pi^-)=0$ . La función  $f(q^2)$  es el *factor de forma* vectorial del pión (transformada de Fourier de su distribución de carga, en el solapamiento  $\bar{u}d$ ), y se evalúa en  $q^2 = m_\pi^2$ . Se define así la *constante de desintegración del pión*  $f_\pi$ .
- La constante  $f_\pi$  se conoce experimentalmente ( $130.4 MeV/c$ ), y puede ser calculada en QCD, aunque con menor precisión.
- Siendo  $q = p + k$ , la amplitud de desintegración puede entonces escribirse en la forma:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (p^\mu + k^\mu) f_\pi [\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k)] = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi m_\mu \bar{u}(p)(1 - \gamma^5)v(k)$$

<sup>5</sup> siendo el pión un estado de paridad *negativa*, este vector es proporcional al elemento de matriz de la corriente *axial* entre el estado  $\pi^-$  y el vacío:  $iq^\mu f_\pi = \langle 0 | \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 d | \pi^- \rangle$ .

# PION Y QUIRALIDAD

- El segundo miembro de la ecuación anterior se deriva de que el  $\mu^-$  y el  $\bar{\nu}_\mu$  son partículas salientes *libres*, que cumplen la ecuación de Dirac:  $\bar{u}(p)(\not{p} - m_\mu) = 0$  y  $\not{k}v(k) = 0$ . En dicha ecuación el espinor  $(1 - \gamma^5)v(k)$  representa un  $\bar{\nu}_\mu$  a *derechas*, acoplado a un  $\mu^-$  también a *derechas* (justo como en el dibujo de espines).
- La ecuación anterior para  $\mathcal{M}$  resume analíticamente lo visto anteriormente: *sólo contribuye la helicidad contraria*, siendo *nula* la amplitud en el límite  $m_\mu \rightarrow 0$  (**supresión de helicidad**).
- El paso a la vida media requiere ahora el cálculo de la suma en espines, y la integración sobre el espacio fásico, según:  $d\Gamma = (1/2m_\pi)\overline{|\mathcal{M}|^2}dQ$ . Para la primera utilizamos la regla de Casimir (junto con la propiedad cíclica de las trazas):

$$\begin{aligned} \sum_{ss'} \mathcal{M}\mathcal{M}^* &= \sum_{ss'} \frac{G_F^2}{2} f_\pi^2 m_\mu^2 \left[ \bar{u}(p)(1 - \gamma^5)v(k) \right] \left[ \bar{u}(p)(1 - \gamma^5)v(k) \right]^* \\ &= \frac{G_F^2}{2} f_\pi^2 m_\mu^2 \text{Tr} \left[ (\not{p} + m_\mu)(1 - \gamma^5)\not{k}(1 + \gamma^5) \right] \end{aligned}$$

- Suprimiendo los términos con n° impar de matrices  $\gamma$ , y  $\text{Tr}[\not{a}\not{b}\gamma^5] = 0$  (aunque sea n° par), tenemos:  $\text{Tr} \left[ \not{p}\not{k}(1 + \gamma^5)(1 + \gamma^5) + m_\mu\not{k}(1 + \gamma^5)(1 + \gamma^5) \right] = \text{Tr}(2\not{p}\not{k}) = 8(p \cdot k)$ . Es decir:

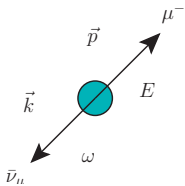
$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 4\cos^2\theta_c G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2 (p \cdot k)$$

- La amplitud incluye un factor  $V_{ud} = \cos\theta_c$ , relacionado con la matriz de mezcla de los quarks, que estudiaremos más adelante.

# LA VIDA MEDIA DEL PION

- Para integrar sobre el espacio fásico, nos vamos al sistema en reposo del pión. Orientando el eje Z a lo largo del  $\mu^-$ , es claro que el momento y la energía del  $\bar{\nu}_\mu$  están unívocamente determinados, y la distribución angular es plana ( $d^3\mathbf{k} = \omega^2 d\omega d\Omega$  con  $\int d\Omega = 4\pi$ ):

$$p \cdot k = E\omega - \mathbf{k}\mathbf{p} = E\omega + \mathbf{k}^2 = \omega(E + \omega)$$



$$\begin{aligned} \Gamma &= \left( \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{(2\pi)^2 2m_\pi} \right) \int \frac{d^3\mathbf{p} d^3\mathbf{k}}{E\omega} \delta(m_\pi - E - \omega) \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p}) \omega(\omega + E) \\ &= (\dots) 4\pi \int_0^\infty d\omega \omega^2 \left(1 + \frac{\omega}{E}\right) \delta(m_\pi - E - \omega) \end{aligned}$$

- El cero de la función  $\delta$  debe ser evaluado:  $m_\pi - \sqrt{m_\mu^2 + \omega_0^2} - \omega_0 = 0$  y vale  $\omega_0 = (m_\pi^2 - m_\mu^2)/2m_\pi$ , y tenerse en cuenta que  $\delta[f(\omega)] = \frac{1}{|f'(\omega_0)|} \delta(\omega - \omega_0)$ , siendo  $f'(\omega) = -(1 + \frac{\omega}{E})$ . Luego  $\int_0^\infty d\omega \omega^2 \left(1 + \frac{\omega}{E}\right) \frac{1}{(1 + \frac{\omega}{E})} \delta(\omega - \omega_0) = \omega_0^2$ , y finalmente:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_\pi} = \frac{G_F^2}{8\pi} \cos^2 \theta_c f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

## PROPIEDADES DE $\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$

- El valor experimental de la vida media del  $\pi^\pm$  en su sistema en reposo es  $\tau_\pi = 26.0 \text{ ns}$  ( $c\tau_\pi = 7.8 \text{ m}$ ), suficientemente largo para realizar una medida magnética de su momento en los aceleradores, pero demasiado corto en ocasiones como para observar el código pión-muón.
- Se conoce experimentalmente, de forma independiente, el valor de la constante  $f_\pi = 130.4 \text{ MeV}/c$ , lo cual permite entender perfectamente  $\tau_\pi$ , y por qué el pión se desintegra más rápido que el muón.
- La desintegración en electrón  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  es mucho más rara, y el cálculo anterior en la teoría V-A permite realizar una **predicción nítida sobre el cociente de probabilidades respectivas** (*independiente del valor de  $f_\pi$* ):

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 = 1.283 \times 10^{-4}$$

utilizando valores de precisión de las 3 masas involucradas. El valor experimental es  $1.230(4) \times 10^{-4}$ . Teniendo en cuenta los órdenes de magnitud presentes en la supresión, que la diferencia sea sólo del 3% supone una prueba de *enorme precisión* de la estructura V-A del acoplo del bosón  $W^-$  a ambos leptones.

- El resultado anterior *no demuestra, sin embargo, la estructura V-A del acoplo del  $W^-$  a los quarks*, debido a la longitud de onda demasiado larga del antineutrino, que no se acopla a los quarks libres, sino al estado ligado del pión.



# LA DESINTEGRACION DEL KAON

- Todo lo visto antes para  $\pi^-$  se aplica también al kaón  $K^-[\bar{u}s]$ : se trata de un estado ligado en QCD, donde hemos reemplazado el quark  $d$  por un quark  $s$ . El tamaño de ambos mesones no es muy distinto, y por ello  $f_K \approx f_\pi$ , de hecho  $f_K = 156.1(2)\text{MeV}/c$ , siendo sin embargo su masa bastante mayor:  $m_{K^-} = 493.7\text{MeV}/c^2$ .
- La supresión electrón/muón es aún más fuerte, por la mayor masa del mesón:  $2.57 \times 10^{-5}$ .
- Su vida media experimental  $\tau_{K^-} = 12.4\text{ns}$  puede igualmente ser entendida en la teoría V-A. La matriz de masa de los quarks (que estudiaremos) hace que el factor sea ahora  $V_{us} = \sin\theta_c$ <sup>6</sup>. Se deduce fácilmente de lo anterior, para  $l = \mu^-$  ó  $e^-$ , que:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l)} = \tan^2\theta_c \left(\frac{f_K}{f_\pi}\right)^2 \left(\frac{m_\pi}{m_K}\right)^3 \left(\frac{m_K^2 - m_l^2}{m_\pi^2 - m_l^2}\right)^2$$

Precisamente por considerarse entendida la supresión quiral, la fórmula anterior jugó un papel importante en la determinación del ángulo de Cabibbo  $\theta_c = 13.1^\circ$ , tras el descubrimiento de las partículas extrañas en la década de 1960.

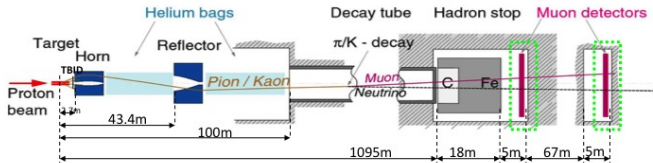
- Para el  $\pi^-$  no existe ningún otro leptón (aparte de  $l = \mu^-, e^-$ ) ni hadrón con masa inferior, luego la anchura parcial  $\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)$  es prácticamente la anchura total. Sin embargo la masa del  $K^-$  permite las **desintegraciones hadrónicas**  $K^- \rightarrow \pi^- \pi^0, \pi^- \pi^- \pi^+, \pi^- \pi^0 \pi^0$ , y la **semileptónica**  $K^- \rightarrow \pi^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu$ . Todas ellas son débiles y *pueden ser tratadas como corrientes cargadas en la teoría V-A*.

---

<sup>6</sup> nótese que no tenemos nada parecido a la *conservación del número leptónico* con los quarks, sino el ángulo de Cabibbo. Volveremos sobre este tema más adelante.

# LA CREACION DE HACES DE NEUTRINOS

- Como en cualquier desintegración cuántica, la distribución de tiempo es exponencial, y la máxima probabilidad ocurre en  $t = 0$ : el vértice de las colisiones que producen  $\pi^\pm$  y  $K^\pm$ .
- Que los piones y kaones se desintegran en muones y casi nunca en electrones es un hecho determinante en los experimentos de física de partículas: el *ruido de fondo* sobre los muones genuinos (producidos en el vértice de interacción) dependerá de la cantidad de absorbente.
- Las desintegraciones de  $\pi^\pm$  y  $K^\pm$  son la base de la construcción de **haces intensos de neutrinos o antineutrinos muónicos** ( $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ ) en un acelerador de protones. La focalización y absorción de los hadrones definen las características del haz de neutrinos, junto con la intensidad y focalización del haz de protones primario.
- Como consecuencia de las propiedades estudiadas, los haces de neutrinos muónicos presentan una **contaminación ínfima de neutrinos electrónicos**  $\nu_e, \bar{\nu}_e$  ( $10^{-4} - 10^{-5}$ ). Además, permiten crear *selectivamente* neutrinos  $\nu_\mu$  o antineutrinos  $\bar{\nu}_\mu$ , actuando sobre la polaridad de los imanes ( $\pi^+ / \pi^-$ ).



*Disposición de los haces de neutrino del CERN, dirigidos hacia el Gran Sasso (Italia)*  
CERN-AC Note  
(2000-03)

## Lección V

# LA DISPERSION DE NEUTRINOS POR MATERIA

### 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

### 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

### 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

### 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

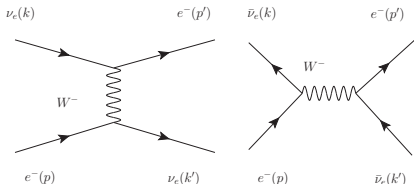
- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

### 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

# AMPLITUDES ELASTICAS $\nu_e e^-$ Y $\bar{\nu}_e e^-$

- Consideremos las reacciones elásticas  $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$  y  $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ , gobernadas por corrientes cargadas V-A. Los diagramas de Feynman pueden denominarse *intercambio de W* y *aniquilación en W*, respectivamente:



- Ambas reciben también contribuciones de las corrientes neutras, que veremos más adelante. Las versiones *con igual amplitud*:  $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$  y  $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu \mu^-$ , en cambio, solo tienen corrientes cargadas. La primera de ellas puede considerarse la desintegración inversa del muón.

- Las amplitudes respectivas son:

$$\mathcal{M}_\nu = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{u}(k') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p) \right] \left[ \bar{u}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u(k) \right]$$

$$\mathcal{M}_{\bar{\nu}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{v}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p) \right] \left[ \bar{u}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(k') \right]$$

- Puede probarse fácilmente que la **sección eficaz** diferencial en *cualquier proceso a dos cuerpos*  $ab \rightarrow cd$  no polarizado, en el límite ultrarrelativista, adopta la expresión:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \overline{|\mathcal{M}|^2}$$

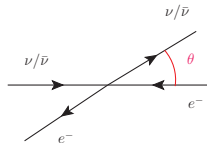
donde la barra significa *sumar* sobre las configuraciones de espín del estado final, y *promediar* las del estado inicial.

# LA SUPRESION DE HELICIDAD HACIA ATRAS

- Según la regla de Casimir y el teorema de trazas ya utilizado en la desintegración del  $\mu^-$ :

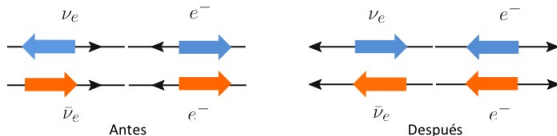
$$\frac{1}{2} \sum_{ss'} |\mathcal{M}_\nu|^2 = G_F^2 \cdot 64(kp)(k'p') = 16G_F^2 s^2$$

$$\frac{1}{2} \sum_{ss'} |\mathcal{M}_{\bar{\nu}}|^2 = G_F^2 \cdot 64(k'p)(kp') = 16G_F^2 u^2 = 4G_F^2 s^2 (1 + \cos\theta)^2$$



ya que  $s \equiv (k + p)^2 = 2(kp) = 2(k'p')$ , y  $u \equiv (k - p')^2 = -2(kp')$ . Al cambiar el orden de los 4-vectores en el canal de aniquilación aparece la variable de Mandelstam  $u$  en lugar de  $s$ , y ambas se relacionan a través del ángulo  $\theta$  en el CM:  $u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta)$ , en el límite  $m_e^2 = m_\nu^2 = 0$ , con  $\theta$  según la figura.

- Tiene gran importancia realizar el cálculo de  $s$  en el sistema del laboratorio (LAB) en el que se han preparado los haces, y ver que se anularía en el límite  $m_e \rightarrow 0$ :  $s = (k + p)^2 = (E_\nu + m_e)^2 - \mathbf{p}_\nu^2 = 2m_e E_\nu$ . Se trata de un efecto relativista que evita la *disipación de energía sobre un blanco demasiado ligero*.
- El hecho de que  $\mathcal{M}_\nu$  sea *isótropa* en el CM mientras  $\mathcal{M}_{\bar{\nu}}$  no lo es, refleja la estructura V-A del acoplo, a través de la *supresión de helicidad* del **hemisferio hacia atrás** ( $\theta = \pi$ ), como se indica abajo:



## SECCION EFICAZ ELASTICA $\nu_e e^-$ Y $\bar{\nu}_e e^-$

- La supresión anterior se refleja directamente en un **factor 3** sobre la *sección eficaz total* de los neutrinos, utilizando la fórmula para el espacio fásico de dos cuerpos vista antes:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{4\pi^2} \implies \sigma(\nu_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{\pi}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2 \implies \sigma(\bar{\nu}_e e^-) = \frac{1}{3} \sigma(\nu_e e^-)$$

- Conviene hacerse una idea de los valores obtenidos para las secciones eficaces de neutrinos en la teoría V–A, es decir, en el Modelo Estándar. Utilizando la expresión vista para  $s$  en el sistema del laboratorio (LAB), los valores numéricos se expresan en la conocida fórmula:

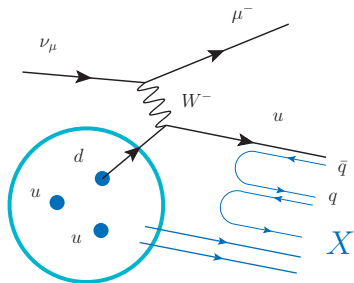
$$\sigma(\nu_e e^-) = \frac{2G_F^2 m_e}{\pi} E_\nu = E_\nu (\text{GeV}) \times 10^{-2} \text{fb}$$

- Las interacciones de neutrino presentan dos características importantes:
  - *Las secciones eficaces aumentan linealmente con la energía del haz de neutrinos*, teniendo para  $E_\nu = 1 \text{ GeV}$  el valor de  $10^{-2} \text{fb}$  ( $1 \text{ fb} = 10^{-6} \text{ nb} = 10^{-39} \text{ cm}^2$ ).
  - *Aumentan linealmente con la masa del blanco*. Podemos aplicarlo también a quarks, o a protones, neutrones, o núcleos, pero debemos tener en cuenta que, o bien la masa no tendrá su valor en el vacío, por no encontrarse libres (los primeros), o bien el acoplo no será estrictamente V–A (los segundos). No obstante, las secciones eficaces aún pueden ser estimadas con la fórmula anterior, para blancos hadrónicos.

# LA DISPERSION PROFUNDAMENTE INELASTICA

Tras probarse la viabilidad de construir haces de  $\nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu$  con la suficiente intensidad en la década de 1970 en los aceleradores de protones (J. Steinberger fue pionero en esta empresa), estos fueron utilizados históricamente para 3 fines científicos distintos <sup>7</sup>:

- el estudio de las distribuciones de momento de los quarks dentro del protón y del neutrón (densidades partónicas  $q_i(x)$ ), con especial énfasis en la densidad de antiquarks.
- el estudio de las interacciones débiles entre el  $W^\pm$  y los quarks, para saber si estas conforman la estructura V-A observada en los leptones.
- el descubrimiento y primeros estudios de nuevas formas de interacción débil, las corrientes neutras, como quedaron de manifiesto en dichos experimentos.

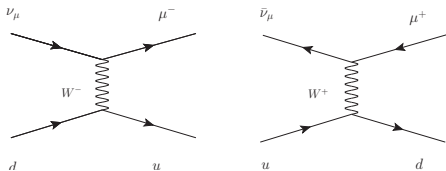


- Recordemos la idea del modelo de partones (Feynman, 1972), cuyos fundamentos son *independientes de la naturaleza de la interacción entre el proyectil y los quarks* (sea electromagnética o débil).
- El neutrino golpea el quark (o antiquark), en una reacción de corto alcance, que produce su *transmutación* en otro quark, y la emergencia de un *muón*. El quark emitido no puede separarse del resto del protón, debido al *campo de color* entre ambos, que disipa la energía almacenada sobre un conjunto (X) de hadrones estables (piones, kaones, bariones, etc.). El proceso de hadronización es prácticamente *instantáneo* ( $\sim 10^{-23}$  s), comparado con el tiempo que tarda en producirse la colisión por la interacción débil.

<sup>7</sup> hoy día los haces de neutrino son clave para el estudio de las masas de los neutrinos, descubiertas en 2001. Este tema trasciende a la teoría de unificación electrodébil estándar, y no lo trataremos en este breve curso.

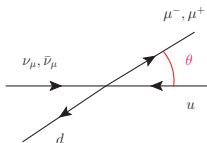
# DISPERSION $\nu q$ Y $\bar{\nu} q$ EN EL CM

- Los neutrinos **sólo pueden colisionar con los quarks  $d$  del protón**, y los antineutrinos con los quarks  $u$ , a través de las reacciones  $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u$  y  $\bar{\nu}_\mu u \rightarrow \mu^+ d$ , que dan origen a los procesos inclusivos por corrientes cargadas:  $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- + X$  y  $\bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ + X$ , según los diagramas:



- Nótese que **no son posibles**:  $\nu_\mu u \not\rightarrow \mu^+ d$  ni  $\bar{\nu}_\mu d \not\rightarrow \mu^- u$ , ya que **ninguna corriente cargada los puede explicar**, siendo los neutrinos **ciegos a los quarks  $u$**  de la materia hadrónica (antineutrinos a los quarks  $d$ ).

- Si explicitamos los espinores en las amplitudes correspondientes a ambos procesos, y utilizamos la regla de Casimir, llegamos a resultados idénticos a los obtenidos anteriormente para  $|\mathcal{M}_\nu|^2$  y  $|\mathcal{M}_{\bar{\nu}}|^2$ . En efecto, mientras el segundo proceso presenta la característica supresión del hemisferio hacia atrás, el primero no la presenta, como hemos visto, debido a la estructura  $V-A$  del acoplo. Las secciones eficaces diferenciales en el CM son por tanto:



$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u) = \frac{G_F^2 s}{4\pi^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}_\mu u \rightarrow \mu^+ d) = \frac{G_F^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2$$



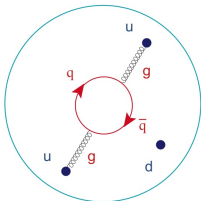
## DISPERSION $\nu\bar{q}$ Y $\bar{\nu}q$ EN EL CM

- Pensemos ahora que los neutrinos (y antineutrinos) *pueden colisionar también con antiquarks*, en el caso en que éstos se encuentren presentes dentro del protón o neutrón. No es necesario repetir los cálculos, pues estamos hablando de los procesos conjugados de carga:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}_\mu\bar{d} \rightarrow \mu^+\bar{u}) = \frac{G_F^2 s}{4\pi^2} \quad \text{y} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega}(\nu_\mu\bar{u} \rightarrow \mu^-\bar{d}) = \frac{G_F^2 s}{16\pi^2}(1 + \cos\theta)^2$$

cuyos valores de  $|\mathcal{M}|^2$  son idénticos a los no conjugados en la teoría V–A (simetría CP, véase Ejercicio 23), siendo la sección eficaz total del segundo 1/3 de la del primero, como hemos visto.

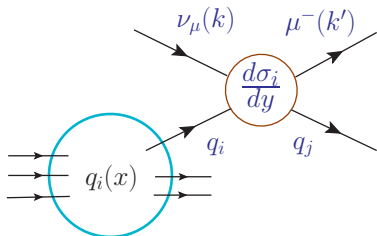
- La hipótesis anterior de presencia de antiquarks es plausible, pues el *pequeño tamaño del protón* ( $0.84\text{fm}$ ), arroja fluctuaciones:  $\Delta p \sim \hbar/0.84\text{fm} \sim 235\text{MeV}/c$  en el momento de los quarks que superan con creces el umbral de producción de pares para *u, d y s* ( $2m_{qc}$ ), según el principio de indeterminación.



- Por tanto los **pares virtuales** producidos por el intercambio de gluones tienen una probabilidad no nula de recibir un impacto de los neutrinos o antineutrinos, y desencadenar una reacción inelástica. Se comprende entonces que el análisis de la energía y del ángulo de emisión del  $\mu^\pm$  haya permitido *determinar la fracción de antimateria dentro del protón*.

# LAS VARIABLES $(x, y)$ DE BJORKEN

- Para evaluar la relación precisa entre la cinemática del  $\mu^\pm$  saliente en el sistema del LAB y el ángulo de dispersión  $\nu q$  en su sistema CM, es necesario volver al modelo de partones de Feynman, y conocer el significado físico de las variables adimensionales:  $(x, y) \in (0, 1)$  de Bjorken. Estas se encuentran unívocamente determinadas a partir de los 4-momentos del  $\nu_\mu$  entrante ( $k$ ) y del  $\mu^\pm$  saliente ( $k'$ ), su diferencia  $q = k - k'$ , y el 4-momento  $p$  del protón.



- Según Feynman,  $x \equiv -q^2/2(pq) = -q^2/(2M_p\nu)$  (siendo  $\nu \equiv (pq)/M_p = E_{\nu_\mu} - E_{\mu^-}$ ), significa la *fracción del momento longitudinal del protón que arrastraba el quark que sufrió la colisión*.
- $y \equiv (pq)/(pk) = (E_{\nu_\mu} - E_{\mu^-})/E_{\nu_\mu}$  describe la *distribución angular  $\nu q$  en su sistema CM* según:  $1 - y = (pk')/(pk) = (1 + \cos\theta)/2$ , siendo  $p = p_q/x$ , como puede comprobarse fácilmente.

- La fórmula clave en el **modelo de partones de Feynman** es:

$$\frac{d\sigma}{dx dy} (\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X) = \sum_i q_i(x) \left( \frac{d\sigma_i}{dy} \right)_{\hat{s}=xs}$$

- La sección eficaz diferencial del muón emitido está determinada por una *suma incoherente* de amplitudes cuadrado sobre los distintos partones, en este caso  $\hat{b}$ :  $i = u, d, s, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ . Donde  $\hat{s}$  en la fórmula anterior indica el valor de  $s$  en el sistema de referencia neutrino-quark. Los gluones  $g$  no son vistos por el neutrino, de forma directa.

# EL BLANCO ISOESCALAR

- En la fórmula anterior están definidos los 4 *procesos fundamentales* en el CM:

$$\frac{d\sigma}{dy}(\nu_{\mu}d \rightarrow \mu^{-}u) = \frac{G_F^2 x s}{\pi} \qquad \frac{d\sigma}{dy}(\nu_{\mu}\bar{u} \rightarrow \mu^{-}\bar{d}) = \frac{G_F^2 x s}{\pi}(1-y)^2$$

$$\frac{d\sigma}{dy}(\bar{\nu}_{\mu}u \rightarrow \mu^{+}d) = \frac{G_F^2 x s}{\pi}(1-y)^2 \qquad \frac{d\sigma}{dy}(\bar{\nu}_{\mu}\bar{d} \rightarrow \mu^{+}\bar{u}) = \frac{G_F^2 x s}{\pi}$$

- En la mayor parte de los experimentos, la materia interpuesta por el blanco tuvo aproximadamente igual número de protones que de neutrones, o de quarks  $u$  que de quarks  $d$  (**blanco isoescalar**  $N$ , como Fe o mármol). Se definió entonces una densidad partónica genérica de quarks ( $Q$ ) y antiquarks ( $\bar{Q}$ ), teniendo en cuenta la simetría SU(3):

$$Q(x) \equiv d^{\text{proton}}(x) + d^{\text{neutron}}(x) = d(x) + u(x)$$

$$\bar{Q}(x) \equiv \bar{u}^{\text{proton}}(x) + \bar{u}^{\text{neutron}}(x) = \bar{u}(x) + \bar{d}(x)$$

- En función de ellas se determinaron las secciones eficaces diferenciales (por nucleón) para  $\nu_{\mu}$  y  $\bar{\nu}_{\mu}$ :

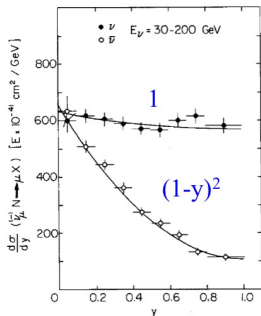
$$\frac{d\sigma}{dx dy}(\nu_{\mu}N \rightarrow \mu^{-}X) = \frac{G_F^2 x s}{2\pi} [1Q(x) + (1-y)^2\bar{Q}(x)]$$

$$\frac{d\sigma}{dx dy}(\bar{\nu}_{\mu}N \rightarrow \mu^{+}X) = \frac{G_F^2 x s}{2\pi} [\bar{Q}(x) + (1-y)^2Q(x)]$$

- Se trata de iluminar el blanco controladamente con  $\nu_{\mu}$  y  $\bar{\nu}_{\mu}$ , conocer la energía del haz  $E_{\nu_{\mu}, \bar{\nu}_{\mu}}$ , identificar el  $\mu^{\mp}$  saliente, y medir su momento y ángulo, para determinar  $(x, y)$  en cada suceso. No es necesario identificar ni medir los hadrones  $X$  que retroceden al núcleo.

# EL ACOPLO V-A A LOS QUARKS

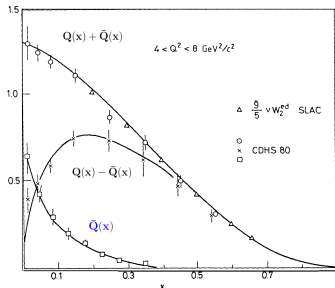
- Uno de los resultados más relevantes se obtuvo examinando en detalle la **dependencia en  $y$  separadamente para  $\nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu$** , después de integrar en  $x$  las expresiones anteriores. Recordar que la estructura V–A del acoplo del  $W^\pm$  a los quarks se refleja en el comportamiento parabólico  $(1 - y)^2$  (supresión hacia atrás), o constante 1 (dispersión isotrópica). Si nos restringimos a datos con  $x \gtrsim 0.1$ , la contribución de los antiquarks (no nula, como veremos) es pequeña.



- Se observa claramente cómo los datos de dispersión de  $\bar{\nu}_\mu$  sobre mármol muestran la parábola  $(1 - y)^2$ , mientras los datos de  $\nu_\mu$  exhiben una distribución constante. Los datos (no restringidos en  $x$ ) muestran una contribución residual de antiquarks que mezcla ligeramente ambas distribuciones.
- Siendo  $\lambda_{\nu, \bar{\nu}}$  (de De Broglie) suficientemente corta, se demuestra aquí el **carácter universal de la estructura quiral (V–A) del acoplo del  $W^\pm$  a quarks y leptones**.
- Resultados publicados por la colaboración CHARM del CERN, M. Jonker et al., Phys. Lett. 109B (1982), 133., donde se utilizó un haz primario de protones de 400 GeV del SPS del CERN.

# LA FRACCIÓN DE ANTIMATERIA EN EL PROTON

- Otro resultado importante obtenido con haces de neutrino es la determinación de la **fracción de antimateria** dentro del protón.
- Mientras los experimentos de dispersión de electrones (o muones) sobre protones no son capaces de distinguir quarks de antiquarks (por tener igual carga eléctrica cuadrado), los experimentos de neutrino sí son capaces, según lo visto anteriormente.



J. Steinberger, Nobel Lecture 1988.

- Se obtuvo para la fracción de antiquarks en el protón el resultado:  $\int_0^1 x \bar{Q} dx / \int_0^1 x (Q + \bar{Q}) dx = (15 \pm 3) \%$ , con  $\langle -q^2 \rangle = 20 \text{ (GeV/c)}^2$  (J. G. H. De Groot et al., colaboración CDHS, Z. Phys. C1 (1979) 143.)<sup>8</sup>. Nótese que la longitud de onda  $h/\sqrt{-q^2}$  es aproximadamente la mitad del radio del protón.
- Llamemos  $R = \sigma_{\bar{\nu}}/\sigma_{\nu}$  al cociente entre la sección eficaz total de  $\bar{\nu}_{\mu}$  y  $\nu_{\mu}$ , integrada en  $x$  e  $y$ . Si no hubiese antiquarks ( $\bar{Q}(x) = 0$ ), sería:  $R = 1/3$ . La fracción  $r \equiv \int_0^1 x \bar{Q}(x) dx / \int_0^1 x Q(x) dx$  se relaciona también con el valor medido de  $R$  a través de la expresión:  $r = (3R - 1)/(3 - R)$  (véase el Problema 9).
- La componente de antiquarks en el protón fue observada por primera vez en 1979 en experimentos de neutrino  $\nu_{\mu}/\bar{\nu}_{\mu}$ , tanto con blanco de Fe en el CERN (colaboración CERN/Dortmund/Heidelberg/Saclay, CDHS), como con blanco de hidrógeno en Fermilab (colaboración Purdue/Argonne/Carnegie-Mellon).

<sup>8</sup> el resultado anterior incluye la contribución del quark  $s$ .

# LAS CORRIENTES NEUTRAS

## 1 LA VIOLACIÓN DE PARIDAD

- Ecuación de Dirac y quiralidad
- El significado de  $\Gamma_5$
- Los proyectores quirales
- La transformación de Paridad
- Descubrimiento de la violación de Paridad
- Los dos experimentos clave
- El experimento de Garwin-Lederman
- El experimento de Wu
- La teoría de Fermi
- La teoría V-A

## 2 LA DESINTEGRACIÓN BETA

- Quarks y leptones a izquierdas
- La regla de Casimir
- La desintegración del Oxígeno-14 en positrón
- La cinemática de las desintegraciones beta
- Insensibilidad a la masa del nucleón
- Teoría de Fermi versus teoría V-A
- El espectro de Curie
- Vida media de las desintegraciones beta

## 3 LA DESINTEGRACIÓN DEL MUÓN

- La reacción de desintegración en electrón
- El espacio fásico de 3 cuerpos
- La amplitud no polarizada
- La cinemática de 3 cuerpos
- El espectro de Michel
- La vida media del muón
- El muón y la constante de Fermi

## 4 LA DESINTEGRACIÓN DEL PIÓN Y DEL KAÓN

- Piones y kaones
- La supresión de helicidad
- La constante de desintegración del pión
- Pión y quiralidad
- La vida media del pión
- Propiedades de la desintegración
- La desintegración del kaón
- La creación de haces de neutrinos

## 5 LA DISPERSIÓN DE NEUTRINOS POR MATERIA

- Amplitudes elásticas neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- Supresión de helicidad hacia atrás
- Sección eficaz elástica neutrino-electrón y antineutrino-electrón
- La dispersión profundamente inelástica
- Dispersión neutrino-quark y antineutrino-quark en su centro de masas
- Dispersión neutrino-antiquark y antineutrino-antiquark en su centro de masas
- Las variables  $x$  e  $y$  de Bjorken
- El blanco isoescalar
- El acoplo V-A a los quarks
- La fracción de antimateria en el protón

## 6 LAS CORRIENTES NEUTRAS

- Descubrimiento de las corrientes neutras
- Los experimentos de neutrinos
- Magnitud relativa de la corriente neutra
- Amplitudes genéricas de corrientes neutras
- Secciones eficaces en blanco isoescalar
- Contenido quiral de la corriente neutra

# DESCUBRIMIENTO DE LAS CORRIENTES NEUTRAS

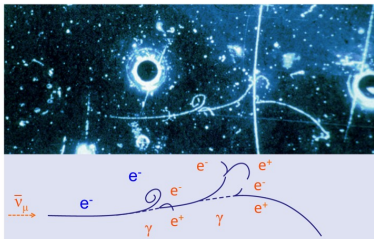
- En 1973 se descubrieron, en la cámara de burbujas Gargamelle del CERN, interacciones de neutrinos (energía 1 – 10 GeV) que no podían ser descritas por las interacciones débiles conocidas hasta entonces. Pertenecían a las dos categorías siguientes:

a)  $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$  (más tarde también  $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ ).

b)  $\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu + X$  y  $\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + X$

siendo  $N$  un núcleo del Freón líquido ( $\text{CF}_3\text{Br}$ ) de la cámara, y  $X$  un conjunto de hadrones.

- Pese a haber sido predichas por S. Weinberg en 1967 (como veremos), existían prejuicios teóricos importantes contra la existencia de corrientes débiles neutras.



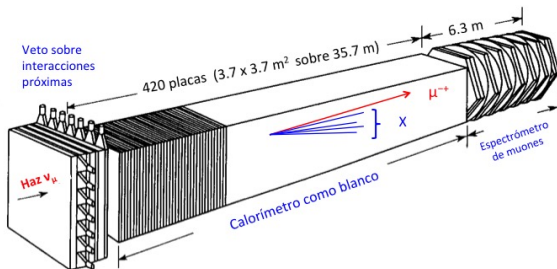
El primer suceso observado de corriente neutra leptónica en 1973. El antineutrino  $\bar{\nu}_\mu$  que incide desde la izquierda golpea un electrón hacia adelante, creando una cascada característica de fotones de bremsstrahlung y pares electrón-positrón (fuente: CERN).



La interacción del neutrino  $\nu_\mu$  desde la izquierda produce 3 partículas cargadas, todas ellas identificadas como **hadrones**, pues interactúan con núcleos en el líquido de la cámara. Queda excluida la presencia de ningún muón entre ellas (fuente: CERN).

# LOS EXPERIMENTOS DE NEUTRINO

- El detector CHARM es un ejemplo de los experimentos magnéticos de neutrino muónico que operaron en la década de 1980, alrededor de los aceleradores de protones de muy alta energía, tanto en el CERN como en Fermilab.
- Resulta esencial la interposición de una *elevada cantidad de materia en el blanco* (692 Tm en el caso de CHARM) para compensar la baja sección eficaz de los neutrinos. Se hace necesario también vetar las interacciones de neutrones.
- El objetivo es ser sensible simultáneamente a las **corrientes cargadas** (CC)  $\nu_\mu N \rightarrow \mu^- + X$  y a las **corrientes neutras** (NC)  $\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu + X$  en el detector de muones, utilizando *tanto* haces de  $\nu_\mu$  como de  $\bar{\nu}_\mu$ .
- El análisis de las corrientes neutras, donde no hay muón, exige medir la energía depositada por el **sistema hadrónico**  $E_X$ , para determinar la variable  $y$  de Bjorken. Esta puede *calibrarse* utilizando los sucesos de corrientes cargadas.





# MAGNITUD RELATIVA DE LA CORRIENTE NEUTRA

- Los cocientes entre las secciones eficaces inclusivas de corrientes neutras ( $NC$ ) y corrientes cargadas ( $CC$ ) quedaron establecidos, tras varios nuevos experimentos, en los valores siguientes:

$$R_\nu \equiv \frac{\sigma^{NC}(\nu)}{\sigma^{CC}(\nu)} \equiv \frac{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X)}{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X)} = 0.31 \pm 0.01$$

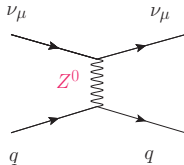
$$R_{\bar{\nu}} \equiv \frac{\sigma^{NC}(\bar{\nu})}{\sigma^{CC}(\bar{\nu})} \equiv \frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu X)}{\sigma(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X)} = 0.38 \pm 0.02$$

- Tratándose de un nuevo tipo de interacción débil, la atención se centró en las preguntas siguientes: ¿es *quiral* ( $V - A$ ) como en las corrientes cargadas? ¿Responde a la misma constante de Fermi  $G_F$ ?
- La proporción de corrientes neutras no era pequeña. Los sucesos fueron ignorados en los primeros experimentos, debido a los prejuicios establecidos en la época, relacionados con la muy baja tasa de desintegración  $K_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ . En realidad, esta tenía que ver con que las corrientes neutras *no cambian el sabor de los quarks*, como veremos (Lección IX), así como con la presencia inesperada de *nuevos quarks* (el charm  $c$ ).
- Recordemos la definición de la variable  $y$  de Bjorken, calculada con el blanco en reposo:  $y \equiv (p \cdot q)/(p \cdot k) = (E_{\nu_\mu} - E'_{\nu_\mu})/E_{\nu_\mu} = E_X/E_{\nu_\mu}$ , siendo  $q = k - k'$  y  $E_X$  la energía del sistema hadrónico, *que es necesario medir* en las corrientes neutras. Además, la cinemática exige conocer la energía del haz  $E_{\nu_\mu}$ .
- Nótese los valores significativamente distintos de  $R_\nu$  y  $R_{\bar{\nu}}$ , que serán entendidos en el Modelo Estándar (véase Problema 10 del curso).

# AMPLITUDES GENERICAS DE CORRIENTE NEUTRA

- Las corrientes neutras ( $NC$ ) se asocian en la teoría de Weinberg con el intercambio de un bosón masivo y neutro, el  $Z^0$ , similar al  $W^\pm$  con las corrientes cargadas. La constante de acoplo sigue representando el propagador del bosón, para  $q^2 \rightarrow 0$  ( $q^2 \ll M_Z^2$ ):

$$\frac{g_n^2}{M_Z^2 - q^2} \rightarrow \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \cdot f_n$$



- Por definición, se toma la amplitud *empírica* para un proceso  $NC$  genérico  $\nu q \rightarrow \nu q$  como:

$$\mathcal{M}(\nu q \rightarrow \nu q) \equiv \frac{4G_F}{\sqrt{2}} 2\rho J_\mu^{NC} J^{\nu, \mu} \quad \left( \text{recordar para CC: } \mathcal{M} \equiv \frac{4G_F}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu^+ \right)$$

$$J_\mu^{NC}(\nu) \equiv \frac{1}{2} \bar{u}_\nu \gamma_\mu (C_V^\nu - C_A^\nu \gamma^5) u_\nu \quad \text{y} \quad J_\mu^{NC}(q) \equiv \frac{1}{2} \bar{u}_q \gamma_\mu (C_V^q - C_A^q \gamma^5) u_q$$

- En la expresión anterior, *el experimento debe determinar* las constantes reales  $C_A^q$  y  $C_V^q$  (positivas o negativas), de manera que el acoplo pueda tener una parte  $V - A$  y una parte  $V + A$ , en lugar de ser puramente  $V - A$  (quiral), como en la corriente cargada.
- Además, cada tipo de quark  $q$  (UP o DOWN) puede tener valores *distintos*  $C_{V,A}^q$ , situación que *no se da* en las CC's. Los neutrinos pueden suponerse totalmente a izquierdas, en caso de tener masa nula, y provenir de corrientes cargadas, con  $C_V^\nu = C_A^\nu = 1/2$ .
- La constante  $\rho$  equivale a una *redefinición* de  $C_V^q$  y  $C_A^q$  por un factor común, o un cambio efectivo de la constante  $G_F$  (factor  $f_n$  de arriba). Ante una posible diferencia de masa entre los bosones  $Z^0$  y  $W^\pm$ ,  $\rho$  **debe ser determinada con precisión**, y es un *discriminante esencial* para cualquier teoría lagrangiana, junto con los cocientes y signos  $C_A^q/C_V^q$ .

# SECCIONES EFICACES EN BLANCO ISOESCALAR

- Para el cálculo de las amplitudes  $\nu q \rightarrow \nu q$  según lo anterior, conviene darse cuenta de que se produce nuevamente la característica supresión del hemisferio hacia atrás, que ya habíamos encontrado en la teoría  $V - A$  con el antineutrino, *cuando el quark acoplado a la corriente neutra es a derechas* (y el neutrino a izquierdas), generando el término  $(1 - y)^2$ .
- Con la definición estándar:  $g_L^q \equiv \frac{1}{2}(C_V^q + C_A^q)$  y  $g_R^q \equiv \frac{1}{2}(C_V^q - C_A^q)$  se comprende por tanto que podamos escribir a nivel partónico:

$$\frac{d\sigma}{dy}(\nu q \rightarrow \nu q) = \frac{G_F^2 x s}{\pi} [(g_L^q)^2 + (g_R^q)^2 (1 - y)^2]$$

- Si ponemos el foco en la quiralidad <sup>9</sup>, conviene experimentalmente integrar en  $x$  y definir para el blanco isoescalar  $N$ :  $Q \equiv \int_0^1 x Q(x) dx = \int_0^1 x [u(x) + d(x)] dx$  y análogamente  $\bar{Q} \equiv \int_0^1 x \bar{Q}(x) dx$ , y los acoplos promediados para los quarks  $u$  y  $d$ :  $g_L^2 \equiv (g_L^u)^2 + (g_L^d)^2$  y  $g_R^2 \equiv (g_R^u)^2 + (g_R^d)^2$ .  $Q$  y  $\bar{Q}$  pueden determinarse con corrientes cargadas. Con todo ello:

$$\frac{d\sigma^{\text{NC}}}{dy}(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X) = \frac{G_F^2 s}{2\pi} \left\{ g_L^2 \left( Q + (1 - y)^2 \bar{Q} \right) + g_R^2 \left( \bar{Q} + (1 - y)^2 Q \right) \right\}$$

$$\frac{d\sigma^{\text{NC}}}{dy}(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu X) = \frac{G_F^2 s}{2\pi} \left\{ g_L^2 \left( \bar{Q} + (1 - y)^2 Q \right) + g_R^2 \left( Q + (1 - y)^2 \bar{Q} \right) \right\}$$

<sup>9</sup> e ignoramos un factor común  $\rho^2$  en ambos términos

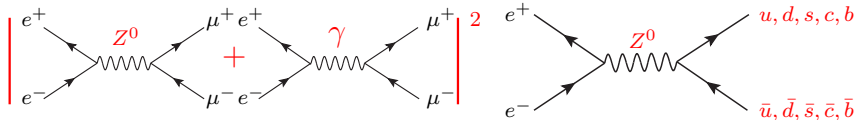
# CONTENIDO QUIRAL DE LA CORRIENTE NEUTRA

- El resultado final de este tipo de experimentos de neutrino, al final de la década de 1980, fue el de arrojar los valores:

$$g_L^2 = 0.287 \pm 0.008 \quad g_R^2 = 0.042 \pm 0.010$$

poniéndose de manifiesto que *la corriente neutra no tiene el carácter quiral de la corriente cargada*, mostrando inequívocamente **una parte V + A** que la primera no posee. Véase el Problema 8 del curso para los detalles numéricos en el Modelo Estándar.

- El estudio detallado de las corrientes neutras tuvo la **clave de la unificación electrodébil**, y *no fue posible con experimentos de neutrino únicamente*. Por un lado, se construyó un colisionador  $p\bar{p}$  en el CERN, para producir el  $Z^0$  en  $p\bar{p} \rightarrow Z^0 + X$ . Simultáneamente se construyeron varias generaciones de máquinas de aniquilación  $e^+e^-$ , que permitieron observar primero la interferencia  $Z^0/\gamma$  y posteriormente estudiar los acoplos  $C_{V,A}^q$  y  $C_{V,A}^\nu$  de los distintos quarks y de los neutrinos:



Para el cálculo en el Modelo Estándar, véanse el Problema 14 y el Ejercicio 18 del curso, así como el Problema 13 y el Ejercicio 21 para los neutrinos.

- De las múltiples teorías lagrangianas, basadas en simetrías gauge, que intentaron explicar los datos de precisión de los proyectos anteriores, sólo una resultó vencedora: la teoría de unificación electrodébil de Glashow-Weinberg-Salam o Modelo Estándar, que estudiaremos a continuación.

# LA TEORÍA LAGRANGIANA $SU(2)_L \times U(1)_Y$

### 7 LA TEORÍA LAGRANGIANA $SU(2) \times U(1)$

- Lagrangianos relativistas clave
- Planteamiento de la teoría gauge
- Contenido de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- Propiedades de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- La hipercarga débil
- Bosones físicos y bosones gauge
- Significado de la unificación electrodébil
- Las cargas conservadas en  $SU(2) \times U(1)$
- Los acoplos del Z

### 8 LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

- La simetría espontáneamente rota
- El campo de Higgs
- Las masas del W y del Z
- La constante de Fermi
- El parámetro  $\rho$ , el valor de  $v$  y la masa del Higgs
- Los escalares sin masa se desacoplan
- El fotón permanece sin masa
- Hitos de la unificación electrodébil

### 9 LAS MASAS DE LOS FERMIONES

- Las tres generaciones de quarks
- El acoplo Yukawa
- La masa de los quarks
- Autoestados de masa y de sabor
- La matriz de Kobayashi-Maskawa
- Ángulo de Cabibbo y parametrización de Wolfenstein
- La corrientes neutras no cambian el sabor
- Acoplo del Higgs a fermiones y bosones
- Evidencia de los acoplos del Higgs

### 10 PROBLEMAS DEL CURSO

- Espacio físico desintegración beta
- Asimetría Garwin-Lederman
- Vida media del Tau
- Vida Media del Charm
- Vida media del Bottom
- Vida media del Top
- Oscilación de mesones neutros
- Parte V+A de la corriente neutra
- Fracción de antimateria en el protón
- Fracción de corrientes neutras
- Simetrías discretas y matriz CKM
- Ángulo de Weinberg
- Tres familias de neutrinos
- Asimetría electrón-positrón en pares de muones
- Oscilación, matriz CKM y violación CP
- Asimetría CP en la oscilación
- Vida media del bosón de Higgs

# LAGRANGIANOS RELATIVISTAS CLAVE

- Campo fermiónico de **Dirac** acoplado a un campo  $A_\mu$  de espín 1 y *masa nula*  $m_A = 0$ , a través del **principio de invariancia gauge local**, con derivada covariante  $\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + \frac{ie}{\hbar c} A_\mu$ :

$$\mathcal{L}/(\hbar c) = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right) \bar{\psi} \psi - \left(\frac{e}{\hbar c}\right) (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) A_\mu = i \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right) \bar{\psi} \psi$$

ecuación de Euler-Lagrange:  $(\not{p}c - e\mathcal{A} - mc^2) \psi = 0$  con  $\square A_\mu = \partial_\mu (\partial_\nu A^\nu)$  (Maxwell, libre)

- Campo escalar real de espín cero, de **Klein-Gordon**:

$$\mathcal{L}/(\hbar c)^2 = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{m\phi c}{\hbar}\right)^2 \phi^2$$

$$\text{ecuación de Euler-Lagrange: } \left( \square + \left(\frac{m\phi c}{\hbar}\right)^2 \right) \phi = 0$$

- Campo vectorial de espín 1 de **Proca**,  $A_\mu = (\phi/c, \mathbf{A})$ , con masa no nula  $m_A \neq 0$ :

$$\mathcal{L}/(\hbar c)^2 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{m_A c}{\hbar}\right)^2 A_\mu A^\mu \quad \text{con } F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\text{ecuaciones de Euler-Lagrange: } \left( \square + \left(\frac{m_A c}{\hbar}\right)^2 \right) A_\mu = 0 \quad \text{y} \quad \partial_\mu A^\mu = 0$$

$$\text{ya que: } \left( \square + \left(\frac{m_A c}{\hbar}\right)^2 \right) A_\mu = \partial_\mu (\partial_\nu A^\nu) \implies \partial_\nu A^\nu = 0$$

- La integral  $\int \mathcal{L} d^4x$  es un *invariante relativista*, y se mide en unidades de acción  $[J \cdot s]$ , donde la densidad Lagrangiana  $\mathcal{L}$  es energía por unidad de volumen  $\mathcal{L} [Jm^{-3}]$ .
- El campo (escalar o vectorial) puede tener la forma  $w_\pm = (w_1 \pm iw_2)/\sqrt{2}$ , si los  $w_{1,2}$  *reales* cumplen la  $\mathcal{L}$  anterior. Representan partículas de *carga opuesta*, con masa<sup>2</sup> (común) *doble*.

# PLANTEAMIENTO DE LA TEORIA GAUGE

- Vamos a construir una teoría lagrangiana que pueda representar tanto la *interacción débil* que hemos visto, como el Electromagnetismo (QED), utilizando el principio de *invariancia gauge local*. En ella, los bosones de las CC's ( $W^\pm$ ), y el  $Z^0$  de las corrientes neutras, serán partículas reales, similares al fotón, que podrán ser emitidas y absorbidas por los fermiones.
- La estructura de las CC's sugiere que el campo fermiónico sean **dobletes**:  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$  ó  $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$ , de manera indistinta. Su simetría es el grupo SU(2), que les asigna como carga conservada el **isospín débil** ( $\pm 1/2$ ). La violación máxima de P observada obliga utilizar únicamente sus *proyecciones quirales* a **izquierdas**, bajo el proyector  $\gamma_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ .
- Los 3 generadores del grupo SU(2) (matrices de Pauli) se asocian a 3 bosones de *masa nula* (por la simetría gauge local) y espín 1, análogos al fotón:  $W^+$ ,  $W^-$  y  $W^3$ .
- La teoría SU(2)<sub>L</sub> se supone **universal**, y no distingue entre las 3 réplicas de quarks y leptones. Tomaremos como *ejemplo de referencia* la primera generación en el sector leptónico, aunque cualquier otro de los *6 casos posibles* es igualmente válido.
- Estos campos puramente a izquierdas *no* pueden describir *todas* las interacciones débiles de electrones y quarks, ya que éstos se acoplan a la corriente neutra con una parte V + A. Además interactúan con el fotón de forma *simétrica* V - A / V + A. Por tanto *la teoría debe contener también sus campos quirales a derechas*, bajo el proyector  $\gamma_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$ .
- Los campos quirales a **derechas**:  $u_R$ ,  $d_R$ ,  $\nu_R$  y  $e_R$  son en la teoría *partículas distintas* de los campos a izquierdas, pues tienen cargas conservadas distintas (**singletes** de isospín cero). Será un éxito parcial de la teoría *predecir* que el  $\nu_R$  es el único fermión que tiene *nulas* todas sus cargas conservadas, quedándose fuera de los diagramas de Feynman.

# CONTENIDO DE LA TEORIA SU(2)<sub>L</sub>

- Recordemos las matrices de Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{\pm} = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2) \quad \sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Los 3 *fermiones* (campos fermiónicos quirales) de la teoría son:

$$\chi_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad (\nu_e)_R \quad (e^-)_R \quad \text{ó} \quad \chi_L \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad (u)_R \quad (d)_R$$

- Como puede comprobarse fácilmente, según lo visto en los temas anteriores, las corrientes cargadas y neutras que se acoplan a los bosones son:

$$J_{\mu}^{+}(x) = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L e^{i(p_f - p_i)x} = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \sigma_{+} \chi_L e^{i(p_f - p_i)x}$$

$$J_{\mu}^{-}(x) = \bar{e}_L \gamma_{\mu} \nu_L e^{i(p_f - p_i)x} = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \sigma_{-} \chi_L e^{i(p_f - p_i)x}$$

$$J_{\mu}^3(x) = \left( \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L \right) e^{i(p_f - p_i)x} = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \sigma_3 \chi_L e^{i(p_f - p_i)x}$$

- Que podemos condensar en una única corriente débil:  $\vec{J}_{\mu} = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \vec{\sigma} \chi_L e^{i(p_f - p_i)x}$ , que se acopla a los 3 *bosones gauge* en la forma:

$$\mathcal{L}_L = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_G - g \vec{J}_{\mu} \cdot \vec{W}_{\mu} \quad \mathcal{L}_0 = \bar{\chi}_L (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m) \chi_L e^{i(p_f - p_i)x} \quad \mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \vec{W}^{\mu\nu}$$

- Nótese que:  $\frac{1}{2} \vec{\sigma} \vec{W}_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_{+} W_{\mu}^{+} + \sigma_{-} W_{\mu}^{-}) + \frac{1}{2} \sigma_3 W_{\mu}^3$  siendo  $W_{\mu}^{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu}^1 \mp iW_{\mu}^2)$

- Los términos cinéticos  $\mathcal{L}_G$  de los campos gauge  $\vec{W}_{\mu}$  contienen autoacoplo, debido a la forma en que actúa la derivada covariante  $\mathcal{D}_{\mu}$ :  $\vec{W}_{\mu\nu} \equiv \partial_{\mu} \vec{W}_{\nu} - \partial_{\nu} \vec{W}_{\mu} + g \vec{W}_{\mu} \times \vec{W}_{\nu}$ , que es específica del grupo no abeliano SU(2) (el producto vectorial  $\times$ ).



# PROPIEDADES DE LA TEORÍA SU(2)<sub>L</sub>

- Dejando de lado el autoacoplo, vemos que la teoría anterior es una "copia" de QED, siendo  $\mathcal{L}_{QED} = -eJ^\mu(x)A_\mu(x)$ , donde hemos reemplazado la constante de acoplo  $e = \sqrt{4\pi\alpha}$  por otra constante también adimensional  $g$ , y el campo electromagnético de Maxwell  $A_\mu(x)$  por 3 campos similares a él, de masa nula:  $W_\mu^1(x)$ ,  $W_\mu^2(x)$  y  $W_\mu^3(x)$ .
- Para el doblete fermiónico a izquierdas, las rotaciones gauge actúan en cada punto  $x$  del espacio-tiempo, definidas por 3 funciones arbitrarias  $\vec{\alpha}(x)$ :  $G(x) = \exp\left(\frac{i}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{\alpha}(x)\right)$ , de manera que la invariancia de  $\mathcal{L}_L$  queda asegurada por las transformaciones de los campos:  $\vec{W}'_\mu = \vec{W}_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu\vec{\alpha} - \vec{\alpha} \times \vec{W}_\mu$ , donde el último término es específico del grupo SU(2).
- Es esencial darse cuenta de que **la masa de los fermiones debe ser estrictamente nula:  $m = 0$** , pues un término de masa de Dirac en la lagrangiana:  $m\bar{e}e = m(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)$  *no sería invariante bajo las rotaciones gauge* anteriores. En efecto, es evidente que el campo  $e_L$  adquiere una componente de  $\nu_{eL}$  bajo  $G(x)$ , mientras  $e_R$  permanece constante por ser un *singlete* SU(2)<sub>L</sub>. Esta situación *no se da* en la Electrodinámica Cuántica (QED), carente de quiralidad, donde el electrón sí puede tener masa.
- Por la propia naturaleza del principio gauge, **los bosones tampoco pueden tener masa**. Un término de Proca  $+\frac{1}{2}M^2 W^\mu W_\mu$  en  $\mathcal{L}_L$  no resultaría invariante frente a la rotación  $G(x)$ .
- Es importante plantear la pregunta siguiente: **¿Es la teoría anterior para la interacción débil compatible con la Electrodinámica cuántica de Maxwell (QED)**, que acopla a esos mismos fermiones con el fotón? Es decir: ¿es la suma  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_L + \mathcal{L}_{QED}$  invariante bajo el grupo gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Q$ ?

# HIPERCARGA DEBIL EN $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- La respuesta a la pregunta anterior es **NEGATIVA**. En efecto, veamos que la corriente electromagnética que se acopla al fotón:  $\frac{1}{|e|} J_\mu^{em} = -\bar{e}\gamma_\mu e = -\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L$  (siendo  $q = -|e|$  la carga eléctrica), *no es invariante bajo la rotación  $G(x)$  de  $SU(2)_L$* , pues de nuevo en el segundo término el  $e_L$  adquiere una componente  $\nu_{eL}$  no compensada.
- La **IDEA CLAVE** para dar una salida a este problema es acoplar, en lugar de  $J_\mu^{em}$ <sup>10</sup>, otra corriente que sí sea invariante bajo  $SU(2)_L$ , la corriente de HIPERCARGA DÉBIL:

$$J_\mu^Y \equiv 2 \left( J_\mu^{em} - J_\mu^3 \right) = -2 \left( \bar{e}_R \gamma_\mu e_R + \bar{e}_L \gamma_\mu e_L \right) - \left( \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma_\mu e_L \right) = -2 \left( \bar{e}_R \gamma_\mu e_R \right) - 1 \left( \bar{\chi}_L \gamma_\mu \chi_L \right)$$

Observando estos factores en detalle, puede leerse cuáles son las hipercargas débiles que adquieren los fermiones de la teoría: el *singlete* del electrón a derechas ( $Y = -2$ ), y el *doblete*  $\chi_L (\nu_e, e^-)$  a izquierdas ( $Y = -1$ ), siendo  $Y = 2(Q - T^3)$  con  $Q$  en unidades  $|e|$ .

- Con esta idea, e introduciendo *un nuevo campo vectorial*  $B_\mu$  de masa nula (que reemplace al fotón), con una nueva constante de acoplo  $g'$ , tenemos una teoría gauge invariante por rotaciones locales bajo el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ :

$$\mathcal{L}_1 = -g\vec{J}^\mu \cdot \vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} (J^Y)^\mu B_\mu$$

es decir, una teoría Yang-Mills, donde la invariancia de  $\mathcal{L}_1$  bajo las rotaciones  $G(x)$  del grupo  $SU(2)_L$  queda demostrada por la expresión anterior para  $J_\mu^Y$ , que involucra al objeto invariante:  $(\bar{\chi}_L \gamma_\mu \chi_L)$ . La invariancia bajo  $U(1)_Y$  es igualmente evidente de dicha expresión, pues se compensan los cambios de fase  $e^{\pm iY\alpha(x)}$  con igual hipercarga  $Y$ .

<sup>10</sup> en lo que sigue, escribiremos simplemente  $J_\mu^{em}$  en lugar de  $\frac{1}{|e|} J_\mu^{em}$  (unidades de  $|e|$ ).

# BOSONES FISICOS Y BOSONES GAUGE

- Las preguntas obvias que surgen ahora son: ¿dónde está el campo electromagnético de Maxwell  $A_\mu$  (el fotón) en esta teoría? ¿cuánto vale la carga del electrón  $e$  en función de  $g$  y  $g'$ ? ¿dónde está el campo  $Z_\mu$  que acopla a la verdadera corriente neutra (con una parte  $V + A$ , como sabemos), y cuáles son los acoplos  $V - A$  y  $V + A$  que tiene la corriente neutra para quarks y leptones en esta teoría?
- Para dar respuesta a lo anterior, S. Weinberg postula en 1967 que los bosones neutros físicos que observamos en el laboratorio *no son* los bosones gauge presentes en  $\mathcal{L}_1$ , sino dos combinaciones lineales ortogonales de ellos:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cW_\mu^3 - sB_\mu \\ sW_\mu^3 + cB_\mu \end{pmatrix}$$

donde  $c \equiv \cos\theta_W$  y  $s \equiv \sin\theta_W$ , siendo  $\theta_W$  el **ángulo de Weinberg**. Además, Weinberg señala el Hamiltoniano preciso de la interacción que lleva los estados gauge a los estados físicos (el mecanismo de Higgs), que veremos en el próximo tema.

- Todo lo anterior se expresa detalladamente en la ecuación siguiente:

$$\mathcal{L}_{neut} = \left( J^{3,\mu}, \frac{1}{2} J^{Y,\mu} \right) \begin{pmatrix} g & 0 \\ 0 & g' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \left( J^{NC,\mu}, e J^{em,\mu} \right) \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

- Puede comprobarse fácilmente resolviendo el sistema lineal implícito (Problema 12 del curso), que dicha ecuación presenta *solución única* para las incógnitas  $J^{NC,\mu}$  y  $e$ , que es:

$$J^{NC,\mu} = \frac{g}{c} \left( J^{3,\mu} - s^2 J^{em,\mu} \right) \quad e = sg = cg' \quad e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

# SIGNIFICADO DE LA UNIFICACION ELECTRODEBIL

- Las ecuaciones anteriores son el *núcleo central* de la teoría de unificación electrodébil, dentro del Modelo Estándar. Sin embargo vemos que la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  no es capaz de interpretar por sí misma la constante de Fermi  $G_F$ , pues esta presupone masas elevadas en los bosones (dimensión  $\text{GeV}^{-2}$ ), que la teoría *no puede interpretar* debido al propio principio gauge, que les exige masa nula. Dado que la constante de acoplamiento gauge entre el bosón  $W^\pm$  y los fermiones ha quedado establecida por definición como  $g/\sqrt{2}$  (pag. 63), esto nos lleva (recordando  $G_F$  de la pag. 15) a la relación  $G_F = \sqrt{2}g^2/(8M_W^2)$ <sup>11</sup>.
- La primera de las ecuaciones de la solución única anterior nos explica porqué la corriente neutra no es puramente  $V - A$  en la naturaleza: se encuentra *contaminada por la corriente electromagnética*, como consecuencia de la simetría gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , siendo su parte  $V + A$  *predecible* y proporcional a  $\sin^2\theta_W$ .
- La segunda ecuación nos informa del acoplamiento de los bosones gauge en los diagramas de Feynman:  $g = e/\sin\theta_W$  ( $SU(2)$ ) y  $g' = e/\cos\theta_W$  ( $U(1)$ ), en función de la carga del electrón. Vemos que la interacción débil *no es intrínsecamente débil frente al electromagnetismo*, sino al contrario. A la espera de comprender las masas de los bosones en una verdadera teoría de unificación (que veremos a continuación), observamos que una determinación de  $\theta_W$ ,  $G_F$  y  $e$ , nos permitiría predecir (*que no entender*) la masa del  $W^\pm$ , pero *no así la del  $Z^0$*  (pues el parámetro  $\rho$ , definido en la pag. 57, no queda restringido).
- Recordemos que la carga del electrón se representa por la constante de estructura fina, que es adimensional:  $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \simeq 1/137$ . Su pequeño valor justifica el análisis *perturbativo* en QED, que por tanto *también se justifica en la teoría electrodébil* (al no ser  $\sin\theta_W$  demasiado pequeño). En unidades  $\hbar = c = \epsilon_0 = 1$  tenemos  $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ .

<sup>11</sup> que, sin adoptar  $\hbar = c = 1$ , se convierte en  $G_F = \sqrt{2}g^2(\hbar c)^3/[8(M_W c^2)^2]$  (unidades  $\text{Jm}^3$ ).

# LAS CARGAS CONSERVADAS EN $SU(2)_L \times U(1)_Y$

- La teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  presenta 4 cargas conservadas, según el teorema de Noether. Dentro de una réplica de sabor genérica, podemos usar  $T = |\vec{T}|$ ,  $T^3$ ,  $Q$  y la hipercarga débil  $Y = 2(Q - T^3)$  para diferenciar los distintos estados quirales de los quarks y de los leptones en la teoría, detallados en las tablas siguientes (recordar:  $Q$  en unidades  $|e|$ ):

LEPTONES	T	$T^3$	Q	Y
$\nu_{e,L}$	1/2	1/2	0	-1
$e_L^-$	1/2	-1/2	-1	-1
$\nu_{e,R}$	0	0	0	0
$e_R^-$	0	0	-1	-2

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad (\nu_e)_R \quad (e^-)_R$$

QUARKS	T	$T^3$	Q	Y
$u_L$	1/2	1/2	2/3	1/3
$d_L$	1/2	-1/2	-1/3	1/3
$u_R$	0	0	2/3	4/3
$d_R$	0	0	-1/3	-2/3

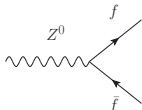
$$\chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad (u)_R \quad (d)_R$$

- La lagrangiana de interacción de la teoría unificada electrodébil, como hemos visto, es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & -g\vec{J}^\mu \vec{W}_\mu - g' \frac{1}{2} (J^Y)^\mu B_\mu = \\ & -\frac{g}{\sqrt{2}} (J^+)^\mu W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} (J^-)^\mu W_\mu^- - e (J^{em})^\mu A_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} (J^3 - \sin^2\theta_W J^{em})^\mu Z_\mu \end{aligned}$$

# LOS ACOPLOS DEL $Z^0$

- Por tanto los acoplos del  $Z^0$  en los diagramas de Feynman quedan perfectamente definidos para cada tipo de fermión  $f$ , incluyendo las constantes  $C_V^f$  y  $C_A^f$  :



$$-\frac{g}{\cos\theta_W} \bar{\psi}_f \gamma^\mu \left[ \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) T_f^3 - \sin^2\theta_W Q \right] \psi_f \cdot Z_\mu$$

$$= -\frac{g}{\cos\theta_W} \bar{\psi}_f \gamma^\mu \frac{1}{2} (C_V^f - C_A^f \gamma^5) \psi_f \cdot Z_\mu$$

donde debe usarse  $T_f^3 = \pm 1/2$ , como corresponde a los fermiones *a izquierdas*.

- Que podemos resumir en la siguiente tabla, donde  $C_V^f = T_f^3 - 2\sin^2\theta_W Q_f$  y  $C_A^f = T_f^3$  :

$f$	$Q_f$	$C_A^f$	$C_V^f$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	0	1/2	1/2
$e^-, \mu^-, \tau^-$	-1	-1/2	$-1/2 + 2\sin^2\theta_W \simeq -0.03$
$u, c, t$	2/3	1/2	$1/2 - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W \simeq +0.19$
$d, s, b$	-1/3	-1/2	$-1/2 + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W \simeq -0.34$

pudiendo derivarse los acoplos a *derechas* y a *izquierdas* como:  $g_{R,L}^f = (C_V^f \mp C_A^f)/2$ .

- Se ha utilizado el valor  $\sin^2\theta_W \simeq 0.23$  medido inicialmente en los experimentos de neutrino. Hoy sabemos que  $\sin^2\theta_W = 0.23120 \pm 0.00015$ .
- Como vemos, el poder predictivo de la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  es *enorme*, y explica que los distintos experimentos realizados en las máquinas de aniquilación  $e^+e^-$ , en particular en PETRA (DESY, Hamburgo) y LEP (CERN), permitiesen excluir múltiples teorías gauge alternativas.

## Lección VIII

# LA TEORÍA DE UNIFICACION ELECTRODEBIL

### 7 LA TEORÍA LAGRANGIANA $SU(2) \times U(1)$

- Lagrangianos relativistas clave
- Planteamiento de la teoría gauge
- Contenido de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- Propiedades de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- La hipercarga débil
- Bosones físicos y bosones gauge
- Significado de la unificación electrodébil
- Las cargas conservadas en  $SU(2) \times U(1)$
- Los acoplos del Z

### 8 LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

- La simetría espontáneamente rota
- El campo de Higgs
- Las masas del W y del Z
- La constante de Fermi
- El parámetro rho, el valor de  $v$  y la masa del Higgs
- Los escalares sin masa se desacoplan
- El fotón permanece sin masa
- Hitos de la unificación electrodébil

### 9 LAS MASAS DE LOS FERMIONES

- Las tres generaciones de quarks
- El acoplo Yukawa
- La masa de los quarks
- Autoestados de masa y de sabor
- La matriz de Kobayashi-Maskawa
- Ángulo de Cabibbo y parametrización de Wolfenstein
- La corrientes neutras no cambian el sabor
- Acoplo del Higgs a fermiones y bosones
- Evidencia de los acoplos del Higgs

### 10 PROBLEMAS DEL CURSO

- Espacio físico desintegración beta
- Asimetría Garwin-Lederman
- Vida media del Tau
- Vida Media del Charm
- Vida media del Bottom
- Vida media del Top
- Oscilación de mesones neutros
- Parte  $V+A$  de la corriente neutra
- Fracción de antimateria en el protón
- Fracción de corrientes neutras
- Simetrías discretas y matriz CKM
- Ángulo de Weinberg
- Tres familias de neutrinos
- Asimetría electrón-positrón en pares de muones
- Oscilación, matriz CKM y violación CP
- Asimetría CP en la oscilación
- Vida media del bosón de Higgs

# LA SIMETRÍA ESPONTANEAMENTE ROTA

- Pese a su éxito, la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  establece, como hemos visto, una interacción débil que tiene **LARGO ALCANCE**, como el Electromagnetismo, donde los bosones tienen masa nula. Sin embargo la realidad es bien distinta, con una interacción débil de **CORTO ALCANCE**, *diferenciada* del Electromagnetismo, y caracterizada por una constante de Fermi  $G_F$  dimensional ( $\text{GeV}^{-2}$ ). La simetría gauge se encuentra por tanto **ROTA** en la naturaleza. Nótese el potencial de interacción de un bosón de masa  $m$ :  $U(r) \propto -e^{-mr}/r$ .
- La **IDEA CLAVE** para romper una simetría, preservando la misma en  $\mathcal{L}$ , consiste en atribuir al *vacío* la responsabilidad de la simetría rota, admitiendo la posibilidad de que en él determinados campos presenten un valor esperado no nulo. Se la conoce *genéricamente* en la Teoría Cuántica de Campos como Ruptura Espontánea de la Simetría (SSB).
- Esta idea se atribuye a Y. Nambu (1960), aunque fue puesta en escena 10 años antes por L. D. Landau y V. Ginzburg para dar masa al fotón en el interior de un superconductor (1950). P. Higgs (1964), T. Kibble (1964), y otros, la clarificaron en el marco relativista y no abeliano, y S. Weinberg la utilizó en 1967 para resolver el problema que nos ocupa.
- Weinberg añade *4 campos escalares reales* (espín cero) a la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  ( $\mathcal{L}_1$ ), dos de ellos con carga eléctrica ( $\pm 1$ ):  $\phi_1^+$  y  $\phi_2^+$ , y dos neutros:  $\phi_3^0$  y  $\phi_4^0$ , en la forma de un nuevo doblete de isospín débil ( $T^3 = \pm 1/2$ ):

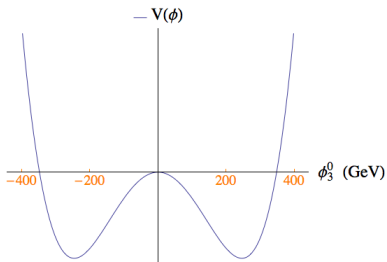
$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1^+ + i\phi_2^+ \\ \phi_3^0 + i\phi_4^0 \end{pmatrix}$$

es fácil comprobar que, en esa configuración, las 4 partículas escalares tienen **hipercarga débil**:  $Y = +1$ . Al campo  $\phi_3^0$  se le obliga a tener un **valor esperado en el vacío** (**VEV**)  $v$  muy elevado:  $\phi_3^0(x) \equiv v + H(x)$ .



# EL CAMPO DE HIGGS

- El VEV anterior se consigue postulando que el campo  $\phi(x)$  se encuentra en *autoacoplo*, con la energía potencial:  $V(\phi) = \mu^2 (\phi^+ \phi) + \lambda (\phi^+ \phi)^2$ , donde  $\phi^+$  indica ahora conjugado y traspuesto del doblete, con dos constantes reales:  $\mu^2 < 0$  y  $\lambda > 0$ .



Como se ve, un estado (degenerado) de mínima energía se alcanza cuando el campo (*sin partículas*) toma el valor constante:

$$\phi_0 = \langle 0|\phi|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 + 0i \\ v + 0i \end{pmatrix}$$

con  $v^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}$ . Se ha dibujado  $V(\phi)$  sobre el eje  $\phi_3^0$  con los valores *observados* de  $\mu^2$  y  $\lambda$ , que conoceremos a continuación.

- Las 4 nuevas partículas interactúan ahora con los bosones  $\vec{W}_\mu$  y  $B_\mu$ , en virtud del principio de invariancia gauge local de  $\mathcal{L}$ , que exige la presencia de la derivada covariante:

$$\mathcal{L}_2 = (D^\mu \phi)^+ (D_\mu \phi) + V(\phi) \quad \text{con} \quad D_\mu = i\partial_\mu - \frac{g}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu$$

donde  $Y = +1$  es la hipercarga de  $\phi$ . Las rotaciones gauge  $SU(2)_L$  actúan así:

$$\phi'(x) = e^{i\frac{\vec{\Lambda}(x) \cdot \vec{\sigma}}{2}} \phi(x) \quad \vec{W}'_\mu(x) = \vec{W}_\mu(x) - \frac{1}{g} \partial_\mu \vec{\Lambda}(x) - \vec{\Lambda}(x) \times \vec{W}_\mu(x)$$

donde  $\vec{\Lambda}(x)$  son 3 funciones arbitrarias de la posición y del tiempo. El último término viene dictado por el carácter no abeliano del grupo  $SU(2)$ .

# LAS MASAS DEL $W^\pm$ Y DEL $Z^0$

- La nueva densidad lagrangiana es por tanto  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$ . Veamos en detalle cómo tiene lugar la interacción entre los bosones de espín cero y los bosones gauge. El efecto más inmediato lo obtenemos sustituyendo el campo  $\phi(x)$  por su valor esperado en el vacío  $\phi_0 = (0, v/\sqrt{2})$ , pues lo obtenido serán términos siempre presentes en  $\mathcal{L}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 &= \left| \left( i\partial_\mu - \frac{g}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{g'}{2} Y B_\mu \right) \phi \right|^2 + V(\phi) \\ \left| \dots \right|^2 &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'B_\mu & g(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \left( \frac{1}{2}vg \right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8}v^2 (W_\mu^3 \ B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3,\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- El significado físico del primer término es claro: los bosones  $W^\pm$  han adquirido una masa de Proca, igual para ambos:  $M_W = (1/2)vg$ <sup>12</sup> (no  $(1/2)M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}$ , sino  $M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}$  en  $\mathcal{L}$ ). El segundo término nos indica *cuál es el mecanismo* de interacción entre los bosones gauge  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$  que da lugar a los bosones físicos  $Z_\mu$  y  $A_\mu$ , que vimos en el tema anterior. En efecto, sustituyendo la expresión que define el *ángulo de Weinberg* obtenemos:

$$\frac{1}{8}v^2 (Z_\mu \ A_\mu) \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}$$

<sup>12</sup> sin adoptar  $\hbar = c = 1$ , la masa surge de la ecuación  $(1/2)vg = M_W c^2$ , que resulta de identificar  $(1/2)vg/(\hbar c) = M_W c/\hbar$ , tras escribir consistentemente los campos y las transformaciones gauge.

# LA CONSTANTE DE FERMI

- Observamos que su función no es otra que *diagonalizar* la matriz de masa anterior. El cálculo de sus *autovalores* nos proporciona las masas del  $Z_\mu^0$  ( $M_Z^2$ ) y del fotón  $A_\mu$  ( $M_A^2$ ):

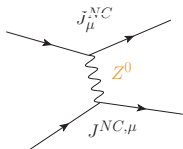
$$\frac{1}{8} v^2 \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} M_A^2 A_\mu A^\mu$$

con el resultado:  $M_Z = (v/2)\sqrt{g^2 + g'^2}$  y  $M_A = 0$ .  $A_\mu = (g'W_\mu^3 + gB_\mu)/\sqrt{g^2 + g'^2}$  es el autoestado que se ha quedado sin masa debido a la elección de la hipercarga débil realizada por Weinberg, que comentaremos después. Y  $Z_\mu = (gW_\mu^3 - g'B_\mu)/\sqrt{g^2 + g'^2}$  es el autoestado que ha adquirido masa.

- Luego la introducción de un valor esperado en el vacío de uno de los campos escalares de hipercarga  $+1$  ( $\phi_3^0(x)$ ) ha originado masa en los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ , y la simetría gauge ha hecho que ambas masas sean proporcionales al *mismo* parámetro  $v$ . Ello conduce a una predicción específica del modelo para el cociente:

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W$$

- Tenemos por tanto *una comprensión de la ruptura de la simetría electrodébil*, y ahora *podemos entender la constante de Fermi  $G_F$* , y *evaluarla con precisión*, volviendo a la definición del acoplo genérico de la corriente neutra:



$$\mathcal{M}^{NC} \equiv \frac{4G_F}{\sqrt{2}} 2\rho J_\mu^{NC} J^{NC, \mu} = \left( \frac{g}{c} J_\mu^{NC} \right) \frac{1}{M_Z^2 - q^2} \left( \frac{g}{c} J^{NC, \mu} \right)$$

# EL PARAMETRO $\rho$ , EL VALOR DE $v$ Y LA MASA $M_H$

- Debemos por tanto identificar  $\rho \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_Z^2 \cos^2 \theta_W}$ , y recordando la definición (pag. 67) de la constante de Fermi:  $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$ , tenemos la *importante predicción para el parámetro  $\rho$* :

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$$

- Nótese que este resultado va MÁS ALLÁ de lo predicho por la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  (que implicaría  $M_W = M_Z = 0$ ), habiendo sido *esencial* la introducción del campo de Higgs y su asignación *específica* a un doblete de hipercarga +1.
- Obsérvese que ahora el valor esperado del campo de Higgs  $v$  queda unívocamente determinado por un sólo parámetro, que es la constante de Fermi  $G_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{v^2}$ . En efecto:  $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{g^2}{8(v^2 g^2/4)} = \frac{1}{2} \frac{1}{v^2}$ . Esto quiere decir que es conocido en la actualidad con una enorme precisión a través de la desintegración del muón, y conviene recordarlo con 3 dígitos:  $v = 246 \text{ GeV}$ . Nótese que su dimensión exacta es de energía (GeV ó J)<sup>13</sup>.
- Si sustituímos el valor de  $\phi_3^0 = v + H(x)$  en el desarrollo de  $\mathcal{L}_2$ , y observamos la expresión  $V(\phi) = \mu^2(v + H)^2 + \lambda(v + H)^4$ , vemos que también se produce un término de masa para el bosón de Higgs:  $\frac{1}{2} M_H^2 H^2 = (\mu^2 + 6\lambda v^2) H^2$ , con  $M_H^2 = -4\mu^2$  ó  $M_H = 2\sqrt{-\mu^2}$ .
- La teoría *no nos informa sobre el mecanismo físico* que da lugar al valor en el vacío  $v$  del campo  $H(x)$ , y por tanto los parámetros  $\lambda$  y  $\mu^2$  *no son interpretables en ella*, ni esta predice el valor de la masa del bosón de Higgs. El conocimiento de  $v$  a través de  $G_F$  no basta para fijar dichos parámetros. Pero *una medida adicional de  $M_H$  sí permite determinar por completo, de forma empírica, la energía potencial  $V(\phi)$ , fijando  $\lambda$  y  $\mu^2$ .*

<sup>13</sup> la relación detallada es  $G_F = (1/\sqrt{2})(\hbar c)^3/v^2$  (unidades  $\text{Jm}^3$ ), sin tomar  $\hbar = c = 1$ .

# LOS ESCALARES SIN MASA SE DESACOPLAN

- ¿Qué ocurre con los otros 3 bosones de espín cero, cargados y neutro:  $\phi_1^+$ ,  $\phi_2^+$  y  $\phi_3^0$ ? Un examen más detallado de la expresión  $\mathcal{L}_2$ , incluyendo los valores de dichos campos, nos revela sus acoplos en los diagramas de Feynman de la teoría. Sin embargo, es crucial darse cuenta de que, a diferencia del campo  $\phi_3^0$ , dicho acoplo **siempre puede ser suprimido de los diagramas de Feynman por una rotación de gauge adecuada** bajo el grupo  $SU(2)_L$ .
- En efecto, para ver cuál es la rotación gauge adecuada a tal propósito, definida por las 3 funciones  $\vec{\theta}(x)$ , utilicemos las matrices de Pauli para escribir:  $\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \theta_3 & \theta_1 - i\theta_2 \\ \theta_1 + i\theta_2 & -\theta_3 \end{pmatrix}$  y la conocida expresión  $\exp(i\alpha\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}) = \cos(\alpha|\vec{\theta}|)\mathbb{1} + i\sin(\alpha|\vec{\theta}|)(\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma})/|\vec{\theta}|$ . Entonces podemos expresar la rotación infinitesimal más general bajo  $SU(2)_L$  como:

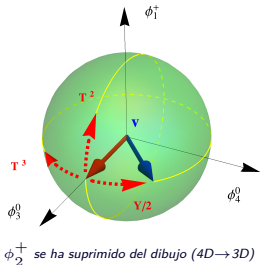
$$e^{i\frac{\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}}{\hbar c}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + H(x)) \begin{pmatrix} \frac{\theta_2(x)}{\hbar c} + i\frac{\theta_1(x)}{\hbar c} \\ 1 - i\frac{\theta_3(x)}{\hbar c} \end{pmatrix} \quad \text{para } |\vec{\theta}| \rightarrow 0$$

- Resulta evidente que la expresión del lado derecho recorre *todas* las configuraciones del campo de Higgs  $\phi(x)$  posibles, cuando  $\vec{\theta}(x)$  recorre todas las ternas de funciones reales  $\theta_{1,2,3}(x)$ . Sólo por simplicidad, se ha hecho que la rotación sea infinitesimal.
- Por tanto la rotación inversa:  $e^{-i\frac{\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}}{\hbar c}}$  nos lleva necesariamente a un gauge donde *únicamente se acopla el bosón  $H(x)$*  (llamado *gauge unitario*). Por esta razón se denomina específicamente a esta partícula  $\phi_3^0$  **bosón de Higgs** en la literatura, y los otros escalares *pueden ser ignorados* de los diagramas de Feynman, en cálculos específicos<sup>14</sup>. Los resultados observables nunca dependerán del gauge elegido. Por ejemplo, la vida media del quark  $t$ , Problema 6, o la anchura parcial en fermiones del bosón de Higgs, Problema 17.

<sup>14</sup> los grados de libertad representados por los 3 campos escalares se convierten en componentes *extra* de las ondas longitudinales de los bosones masivos  $W^\pm$  y  $Z^0$  (véase enunciado del Ejercicio 21).

# EL FOTON PERMANECE SIN MASA

- Veamos mayor detalle sobre la razón por la que el fotón se ha quedado sin masa ( $M_A = 0$ ), en la elección de Weinberg, y su relación con la conservación de la carga eléctrica.



- Ninguno de los 4 generadores del grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  deja invariante el VEV del campo de Higgs:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 + i0 \\ \mathbf{v} + i0 \end{pmatrix}$$

estando la simetría global  $SO(4) \simeq SU(2) \times SU(2)$  de  $V(\phi)$  rota por dicho VEV a una simetría  $SO(3) \simeq SU(2)$  (*custodial symmetry*, en la literatura). La interacción de hipercarga  $Y$  ( $g' \neq 0$ ) introduce entonces el fotón en la teoría e induce  $M_W \neq M_Z$ .

- La no invariancia por cualquiera de las 3 rotaciones ( $\vec{\sigma}$ ) de  $SU(2)_L$  resulta clara, según lo visto en la página anterior. Para la rotación  $U(1)_Y$  (con  $Y = +1$ ) es igualmente cierto:

$$e^{i\alpha(x)(+1)} \phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ e^{i\alpha(x)} \mathbf{v} \end{pmatrix}$$

- Sin embargo, existe una rotación (combinación lineal de las anteriores) que *sí deja invariante esa orientación particular de  $\phi_0$* , que es la heredada de la conservación de la carga eléctrica de quarks y leptones  $Q = T^3 + \frac{1}{2}Y$  ( $Q = \frac{1}{2}\sigma_3 + \frac{1}{2}\mathbb{1}$  para  $\phi_0$ ):

$$e^{iQ\theta} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = e^{i\frac{\sigma_3}{2}\theta} e^{i\frac{\mathbb{1}}{2}\theta} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{i\frac{1}{2}(\theta-\theta)} \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{v} \end{pmatrix}$$

Esto explica porqué la combinación lineal  $(g'W_\mu^3 + gB_\mu)/\sqrt{g^2 + g'^2}$  no adquiere masa. Elegir un VEV  $\neq 0$  para los escalares *cargados* implicaría violación de la carga eléctrica.

# HITOS DE LA UNIFICACION ELECTRODEBIL

Señalamos a continuación algunos hitos que resultaron *decisivos* en seleccionar la teoría de unificación electrodébil que hemos visto, conocida como teoría de Glashow-Weinberg-Salam, como parte del Modelo Estándar:

- Descubrimiento de las corrientes neutras por el experimento Gargamelle del CERN, 1974.
- Descubrimiento del  $W^\pm$  y medida de  $M_{W^\pm}$  en el acelerador SPS del CERN (mejorado para realizar colisiones  $p\bar{p}$  con  $\sqrt{s} = 540$  GeV) por los experimentos UA1 y UA2, 1983 ( $M_{W^\pm} = 80.38 \pm 0.015$  GeV/ $c^2$ , valor actual).
- Descubrimiento de la interferencia  $Z^0/\gamma$  en la asimetría de carga de  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  en PETRA ( $e^+e^-$  con  $\sqrt{s} = 34.6$  GeV), DESY (Hamburgo), por los experimentos MARK J, JADE y TASSO, y determinación indirecta de  $M_{Z^0}$ , 1983.
- Descubrimiento del  $Z^0$  y medida de  $M_{Z^0}$  en el acelerador SPS del CERN (colisiones  $p\bar{p}$  con  $\sqrt{s} = 540$  GeV) por los experimentos UA1 y UA2, 1984.
- Medida de precisión ( $10^{-4}$ ) de  $M_{Z^0}$ , y del ángulo de Weinberg  $\sin^2\theta_W$  en las asimetrías relacionadas con  $C_{V,A}^f$ , en el LEP ( $e^+e^-$  con  $\sqrt{s} = 91$  GeV) del CERN, por los experimentos ALEPH, L3, DELPHI y OPAL (1991), y en SLAC por SLD (1998). Valores actuales:  $M_{Z^0} = 91.1876 \pm 0.0021$  GeV/ $c^2$  y  $\sin^2\theta_W = 0.23120 \pm 0.00015$  ( $\overline{MS}$ ).
- Descubrimiento del bosón de Higgs y medida de  $M_H$  en el LHC del CERN ( $pp$  con  $\sqrt{s} = 7$  TeV), por los experimentos ATLAS y CMS, 2012. Valor actual:  $M_H = 125.09 \pm 0.21 \pm 0.11$  GeV/ $c^2$ .

Demostrar el carácter *renormalizable* de la teoría electrodébil ('t Hooft, 1971), íntimamente relacionado con la invariancia gauge local, fue un paso crucial en el proceso anterior. Los cálculos a un orden determinado de la serie perturbativa (diagramas de Feynman), incluyendo lazos, proporcionan siempre un resultado *finito*.

# LAS MASAS DE LOS FERMIONES

## 7 LA TEORÍA LAGRANGIANA $SU(2) \times U(1)$

- Lagrangianos relativistas clave
- Planteamiento de la teoría gauge
- Contenido de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- Propiedades de la teoría  $SU(2)$  a izquierdas
- La hipercarga débil
- Bosones físicos y bosones gauge
- Significado de la unificación electrodébil
- Las cargas conservadas en  $SU(2) \times U(1)$
- Los acoplos del Z

## 8 LA TEORÍA DE UNIFICACIÓN ELECTRODÉBIL

- La simetría espontáneamente rota
- El campo de Higgs
- Las masas del W y del Z
- La constante de Fermi
- El parámetro rho, el valor de v y la masa del Higgs
- Los escalares sin masa se desacoplan
- El fotón permanece sin masa
- Hitos de la unificación electrodébil

## 9 LAS MASAS DE LOS FERMIONES

- Las tres generaciones de quarks
- El acoplo Yukawa
- La masa de los quarks
- Autoestados de masa y de sabor
- La matriz de Kobayashi-Maskawa
- Ángulo de Cabibbo y parametrización de Wolfenstein
- La corrientes neutras no cambian el sabor
- Acoplo del Higgs a fermiones y bosones
- Evidencia de los acoplos del Higgs

## 10 PROBLEMAS DEL CURSO

- Espacio físico desintegración beta
- Asimetría Garwin-Lederman
- Vida media del Tau
- Vida Media del Charm
- Vida media del Bottom
- Vida media del Top
- Oscilación de mesones neutros
- Parte V+A de la corriente neutra
- Fracción de antimateria en el protón
- Fracción de corrientes neutras
- Simetrías discretas y matriz CKM
- Angulo de Weinberg
- Tres familias de neutrinos
- Asimetría electrón-positrón en pares de muones
- Oscilación, matriz CKM y violación CP
- Asimetría CP en la oscilación
- Vida media del bosón de Higgs



# SU(2)<sub>L</sub> × U(1)<sub>Y</sub> CON 3 REPLICAS DE QUARKS

- Los quarks de tipo UP ( $u, c$  y  $t$  con  $q = +\frac{2}{3}e$ ) y de tipo DOWN ( $d, s$  y  $b$  con  $q = -\frac{1}{3}e$ ) que se acoplan en la teoría electrodébil son en realidad copias dentro de un **espacio de sabor** de dimensión 3 (el número de réplicas conocidas). Designemos con letras mayúsculas sus estados respectivos *sin masa*, dobles a izquierdas y singletes a derechas:

$$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L, U_R, D_R \quad \text{siendo} \quad U_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} U \\ C \\ T \end{pmatrix}_{L,R} \quad D_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} D \\ S \\ B \end{pmatrix}_{L,R}$$

- Recordemos los 4 términos de la densidad lagrangiana que describen sus interacciones con el fotón (QED), con los bosones  $W^\pm$  (corrientes cargadas) y con el  $Z^0$  (corrientes neutras), usando la notación anterior (recordar que  $e = g s_w$ ):

$$\mathcal{L}_A^{(q)} = -e A_\mu J_{em}^\mu \quad \text{con} \quad J_{em}^\mu = \frac{2}{3} (\bar{U}_L \gamma^\mu U_L + \bar{U}_R \gamma^\mu U_R) - \frac{1}{3} (\bar{D}_L \gamma^\mu D_L + \bar{D}_R \gamma^\mu D_R)$$

$$\mathcal{L}_W^{(q)} = \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{U}_L \gamma^\mu D_L + W_\mu^- \bar{D}_L \gamma^\mu U_L)$$

$$\mathcal{L}_Z^{(q)} = \frac{g}{c_w} Z_\mu \left( \frac{1}{2} \bar{U}_L \gamma^\mu U_L - \frac{1}{2} \bar{D}_L \gamma^\mu D_L - s_w^2 J_{em}^\mu \right)$$

donde  $c_w \equiv \cos\theta_W$  y  $s_w \equiv \sin\theta_W$ .

- Obsérvese cómo  $\mathcal{L}_W^{(q)}$  contiene un segundo término con el hermítico conjugado, que representa las transiciones por corrientes cargadas en sentido contrario del tiempo.

# EL ACOPLO YUKAWA

- Hemos visto cómo el doblete de Higgs  $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ (v + H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}$  con un VEV de  $v = 246 \text{ GeV}$  e  $Y = +1$  ha permitido generar masa en los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ , y romper así la simetría electrodébil. Veamos a continuación cómo dicho valor de  $v$  hace también viable la *adquisición de masa para los fermiones*, empezando por los quarks.
- Para ello, es necesario conocer cómo se expresan los campos *conjugados de carga* del doblete  $\phi$ , que representan las *antipartículas* de los bosones de Higgs. Indicamos la solución ( $\bar{\phi}^0 = \phi^{0*}$  para los campos escalares individuales) y también su valor en el gauge unitario:

$$\phi_c = +i\sigma_2\phi^* = \begin{pmatrix} +\bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H(x) \\ 0 \end{pmatrix}$$

- La introducción de los campos de Higgs  $\phi$  hace *inevitable* su acoplo a los campos fermiónicos de los quarks, ya que la siguiente densidad lagrangiana ( $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ ) resulta ser *invariante bajo cualquier rotación gauge local* del grupo  $\text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$ :

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \left[ G_d (\bar{U}_L \bar{D}_L) \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} D_R + G_u (\bar{U}_L \bar{D}_L) \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} U_R + \text{H.C.} \right]$$

donde  $\text{H.C.} = G_d^* \bar{D}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} U_L \\ D_L \end{pmatrix} + G_u^* \bar{U}_R (\phi^0, -\phi^+) \begin{pmatrix} U_L \\ D_L \end{pmatrix}$  denota hermitico conjugado.

- Cada término contiene el producto de 3 campos, de tal manera que la hipercarga débil total se anula. Por ejemplo:  $Y = -1/3$  (dobleto) + 1 (Higgs) - 2/3 (singlete) = 0. Esto asegura su invariancia bajo  $\text{U}(1)_Y$ . La invariancia bajo  $\text{SU}(2)_L$  es clara, pues en cada término tenemos dos rotaciones opuestas (y un singlete).

# LA MASA DE LOS QUARKS

- En una primera lectura, podemos pensar que las constantes  $G_u$  y  $G_d$  son simples números. Pero *nada impide la presencia de términos mixtos* donde los quarks  $L$  y  $R$  *pertenezcan a generaciones distintas*, luego en realidad estamos hablando de matrices  $3 \times 3$ . Además, la invariancia gauge no exige que deban ser reales, luego se trata de *matrices complejas*  $3 \times 3$ .
- Antes de investigar los acoplos del bosón  $H(x)$  a los quarks en  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ , sustituyamos simplemente el VEV de los campos en dicha expresión (con  $H(x) = 0$ ). Resulta evidente que aparecen *términos de masa* para los quarks de tipo DOWN y UP, en la forma <sup>15</sup>:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}} = -\bar{D}_L M_D D_R - \bar{U}_L M_U U_R + \text{H.C.} \subset \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$$

cuyas masas son, respectivamente:  $M_D = vG_d$  y  $M_U = vG_u$ , surgidas del valor *común*  $v = 246 \text{ GeV}$ .

- Es evidente sin embargo que las generaciones de quarks que observamos en el laboratorio se caracterizan por una *masa medible distinta en cada generación*, de manera que las matrices complejas  $M_D$  y  $M_U$  *deben ser diagonalizables*. En otras palabras, *existe un Hamiltoniano que desconocemos que crea esas masas*, cuyos autoestados no son los estados de sabor, sino combinaciones lineales de ellos, que pueden expresarse utilizando las *matrices unitarias*  $\mathcal{U}_{L,R}$  que diagonalizan al Hamiltoniano:

$$\mathcal{U}_L^{U+} M_U \mathcal{U}_R^U \equiv M_u = \text{diag} (m_u, m_c, m_t)$$

$$\mathcal{U}_L^{D+} M_D \mathcal{U}_R^D \equiv M_d = \text{diag} (m_d, m_s, m_b)$$

---

<sup>15</sup> recordar que en la teoría de Dirac  $\mathcal{L}_M = -M_D \bar{D}D = -M_D(\bar{D}_L D_R + \bar{D}_R D_L)$  es el término de masa.

# AUTOESTADOS DE MASA Y DE SABOR

- Nótese que las matrices de masa de los quarks  $M_{U,D}$  no son *hermíticas*, pues no pueden ser diagonalizadas por una *única matriz* unitaria, siendo necesarias *dos distintas*:  $U_L$  y  $U_R$  (diagonalización biunitaria). Sus cuadrados  $M_q^2 = M_{U,D}^+ M_{U,D}$  sí son matrices hermíticas.
- La teoría *ni predice las masas de los quarks, ni establece relaciones entre ellas*. La disparidad observada en las 3 réplicas, entre  $m_u = 2 \text{ MeV}/c^2$  y  $m_t = 173000 \text{ MeV}/c^2$ , a partir de un origen común en el VEV del campo de Higgs ( $M_{U,D} = v G_{u,d}$ ), plantea un problema de *jerarquías de masa* no resuelto, pues las constantes  $G_{u,d}$  alteran  $v$  en muchos órdenes de magnitud.
- Si designamos con letras minúsculas los *autoestados de masa*, como es habitual, y mantenemos las letras mayúsculas para los *estados de sabor* (o estados débiles), podemos expresar los segundos en función de los primeros:

$$U_L = U_L^U u_L \quad U_R = U_R^U u_R \quad u_L \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L \quad u_R \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R$$

$$D_L = U_L^D d_L \quad D_R = U_R^D d_R \quad d_L \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \quad d_R \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R$$

- Las 4 matrices  $U_{L,R}^{U,D}$  son **unitarias** ( $U^+ = U^{-1}$ ), pues reflejan en la Mecánica Cuántica un *cambio de base* para pasar de los estados de sabor a los autoestados de masa de sendos Hamiltonianos:  $H^U$  y  $H^D$  *distintos* ( $H^U \neq H^D$ ) y *desconocidos*. Los quarks con masa son por tanto combinaciones lineales complejas entre las distintas réplicas de sabor.

# LA MATRIZ DE KOBAYASHI-MASKAWA

- Si tenemos en cuenta que los quarks que observamos en las corrientes cargadas, en las corrientes neutras, y en el electromagnetismo son quarks *con masa*, es preciso analizar el impacto de las rotaciones anteriores en los observables de todos estos procesos.
- Empezando por las *corrientes cargadas*, es inmediato expresar  $\mathcal{L}_W^{(q)}$  en función de los autoestados de masa:

$$\mathcal{L}_W^{(q)} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left( W_\mu^+ \bar{u}_L \gamma^\mu V_{CKM} d_L + W_\mu^- \bar{d}_L \gamma^\mu V_{CKM}^+ u_L \right) \quad \text{siendo } V_{CKM} \equiv U_L^{U+} U_L^D$$

La matriz  $V_{CKM}$  fue introducida por Kobayashi y Maskawa en 1973. Es una matriz *unitaria* y *compleja* de dimensión  $N \times N$  (los datos sugieren  $N = 3$ ), que puede escribirse como:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

- Si los quarks de tipo UP (o DOWN) *no tuviesen masa*, la matriz  $V_{CKM}$  no existiría, pues no estarían definidos sus autoestados de masa y la rotación  $U_L^{U+}$  sería arbitraria, pudiendo tomarse como  $U_L^{D+}$ , siendo  $V_{CKM} = \mathbf{1}$ . Esta situación se da *CASI* exactamente en el sector leptónico con los neutrinos (homólogos a los quarks UP en sus acoplos Yukawa), razón por la cuál *no observamos saltos entre generaciones* (conservación del *número leptónico*).
- Sus módulos contribuyen en todo proceso hadrónico de CC's, en particular en la desintegración  $\beta$  y en la del pión:  $|V_{ud}|^2$ , en la desintegración de kaones:  $|V_{us}|^2$ , en la desintegración de quarks pesados como  $b \rightarrow c\bar{u}s$ :  $|V_{cb}V_{us}^*|^2$  ó  $b \rightarrow u\mu^-\bar{\nu}_\mu$ :  $|V_{ub}|^2$ , etc.

# ANGULO DE CABIBBO Y PARAMETRIZACION WOLFENSTEIN

- Que existe una matriz de rotación entre las dos primeras generaciones fue ya postulado por Cabibbo y otros en la década de 1960, y utilizado posteriormente por Glashow, Iliopoulos y Maiani para explicar, por la presencia del charm  $c$ , la fuerte supresión  $K_s^0 [d\bar{s}] \rightarrow \mu^+ \mu^-$ .
- La 1ª caja  $2 \times 2$  se escribió:  $\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{uc} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}$ , con  $\theta_c = \text{ángulo de Cabibbo}$ . Hemos visto cómo se determinó con desintegraciones  $K^\pm \rightarrow l^- \bar{\nu}_l$  ( $\theta_c = 13.1^\circ$ ).
- El patrón de los *módulos* de  $V_{CKM}$  refleja, como hemos visto, la FALTA DE ALINEAMIENTO entre los Hamiltonianos de masa de los quarks  $H^U \neq H^D$ , y *ninguna teoría ha sido capaz de dar una interpretación fundamental* del mismo hasta la fecha. Tras descubrirse en 1984 en SLAC la vida media del quark bottom  $b$  en el rango del  $ps$ , L. Wolfenstein describió dicho patrón con una *parametrización empírica de  $V_{CKM}$*  (de Wolfenstein, en la literatura) bien simple, como potencias de  $\lambda \equiv \sin\theta_c$ . En esencia:

$$|V_{CKM}| \simeq \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

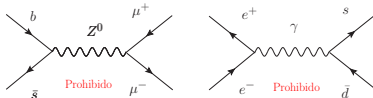
- ¿Qué podemos decir sobre las *fases* de  $V_{CKM}$ ? No son medibles las fases individuales de sus  $2N$  quarks, excepto una fase global. Siendo unitaria,  $V_{CKM}$  tiene  $N^2$  parámetros reales, de los cuáles sólo son medibles  $N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2$ . Si  $V_{CKM}$  fuese real, tendría, por la unitariedad, sólo  $\frac{1}{2}N(N - 1)$  parámetros. Por tanto el número total de *fases medibles e independientes* es:  $\frac{1}{2}(N - 1)(N - 2)$  (la diferencia). Para  $N = 3$ , **sólo una fase**.
- Como demostraron en 1973 Kobayashi y Maskawa, esta fase es la *única fuente* capaz de generar la **no conservación de la simetría CP** en la teoría electrodébil que hemos visto (véase el Ejercicio 23 para una comprensión más detallada). Por ello este tipo de procesos son objeto de intensa investigación actual en distintos aceleradores.

# CORRIENTES NEUTRAS NO CAMBIAN EL SABOR

- Veamos ahora la implicación de la matriz de masa de los quarks en las *corrientes neutras*, incluyendo la corriente *Electromagnética* (QED). Podemos escribir:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Z^{(q)} &= \frac{g}{c_w} Z_\mu \left( \frac{1}{2} \bar{U}_L \gamma^\mu U_L - \frac{1}{2} \bar{D}_L \gamma^\mu D_L - s_w^2 J_{em}^\mu \right) \\ &= \frac{g}{c_w} Z_\mu \left( \frac{1}{2} \bar{u}_L \gamma^\mu u_L - \frac{1}{2} \bar{d}_L \gamma^\mu d_L - s_w^2 J_{em}^\mu \right)\end{aligned}$$

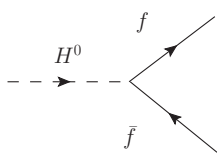
- La 2º ecuación se deriva del hecho de que las rotaciones de sabor implícitas en  $\bar{U}_L$  y  $U_L$  **son opuestas**. En efecto:  $\bar{U}_L \gamma^\mu U_L = (\bar{u}_L \mathcal{U}_L^{U+}) \gamma^\mu (\mathcal{U}_L^U u_L) = (\mathcal{U}_L^{U+} \mathcal{U}_L^U) \bar{u}_L \gamma^\mu u_L$  con  $\mathcal{U}_L^{U+} \mathcal{U}_L^U = \mathbb{1}$  por la **unitariedad**, y análogamente para  $\bar{D}_L \gamma^\mu D_L$ . Nótese que la cancelación ocurre igualmente en el propio contenido de  $J_{em}^\mu$ , por tanto en todos los acoplos del fotón.
- No por ser *simple* la demostración anterior, tiene menor importancia su implicación física: *En el Modelo Estándar, no son posibles procesos mediados por el  $Z^0$  ni por el fotón que cambien el sabor*. Se les llama en la literatura procesos FCNC (flavor-changing neutral currents).
- Por ejemplo, se encuentran prohibidos en el Modelo Estándar los procesos  $b\bar{s} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,  $e^+ e^- \rightarrow s\bar{d}$ ,  $Z^0 \rightarrow b\bar{s}$ , el *bremsstrahlung*  $b \rightarrow s\gamma$ , etc. Mostramos dos diagramas (véase Problema 15).



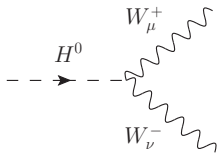
- Dichos procesos aún pueden ocurrir en el Modelo Estándar (SM) a través de lazos, con probabilidades *calculables* y muy pequeñas. Se los investiga en experimentos de precisión para buscar nueva física, más allá de dicho Modelo Estándar. Véanse Problemas 7 y 16.

# ACOPLO DEL HIGGS A FERMIONES Y BOSONES

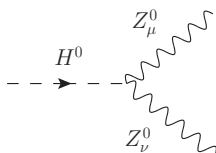
- Observando  $vG_f(1 + H/v)/\sqrt{2}$  en  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  (pag. 81), vemos inmediatamente el acoplo del bosón de Higgs a los pares de fermiones en los diagramas de Feynman. Igualmente en  $\mathcal{L}_2$  (pag. 73) obtenemos de  $(\mathcal{D}_\mu\phi)^\dagger(\mathcal{D}^\mu\phi)$  el factor cuadrático  $\frac{1}{4}v^2g^2(1 + H/v)^2$ , que conduce al acoplo de  $H^0$  al bosón  $W^\pm$ , y análogamente al  $Z^0$ . Véanse los diagramas:



$$-i\left(\frac{m_f}{v}\right)$$



$$-2i\left(\frac{M_W^2}{v}\right)g_{\mu\nu} = -igM_W g_{\mu\nu}$$



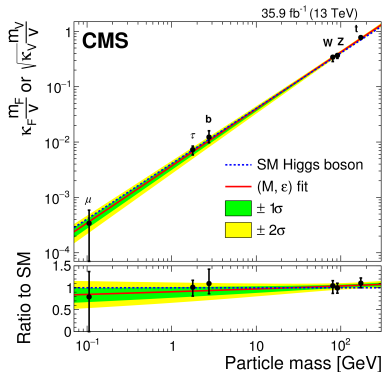
$$-i\left(\frac{M_Z^2}{v}\right)g_{\mu\nu} = \frac{-igM_Z}{2\cos\theta_W}g_{\mu\nu}$$

- Como se ha visto, el acoplo del bosón resulta ser **proporcional a la masa** para los fermiones, y a la **masa cuadrado** para los bosones. No en vano es el mecanismo de Higgs responsable de las masas de los bosones y fermiones *elementales*, según lo explicado anteriormente. Se trata por tanto de una característica *muy específica* de la ruptura de la simetría electrodébil a través del vacío, en el Modelo Estándar. Recuérdese que  $1/v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2}$ .
- La desintegración del bosón de Higgs en pares  $W^+W^-$  y  $Z^0Z^0$  es posible, pese a estar uno de estos bosones por debajo de su capa de masas. Se desintegran típicamente en leptones  $(l_1, \bar{l}_2)$ , y el cálculo de las anchuras parciales exige evaluar el propagador del bosón con  $q^2(l_1, \bar{l}_2)$ , por ejemplo en el proceso a 3 cuerpos  $H^0 \rightarrow Wl_1\bar{l}_2$ .
- Proponemos en el Problema 17 el cálculo de la anchura  $\Gamma(H^0 \rightarrow f\bar{f})$  en fermiones.



# EVIDENCIA DE LOS ACOPLOS DEL HIGGS


- La proporcionalidad con la masa y masa<sup>2</sup> de los acoplos del Higgs, como característica específica de la ruptura de la simetría electrodébil por el vacío en el Modelo Estándar, se ha puesto de manifiesto con gran precisión por los experimentos ATLAS (CONF-2018-031), y CMS (CERN-EP-2018-263, arXiv:1809.10733v1) en 2018, confirmando las predicciones anteriores, en un amplio rango de variación de las masas de fermiones y bosones.




- El acoplamiento al quark  $t$  se ha determinado de forma indirecta, aislando una muestra de sucesos con producción asociada  $t\bar{t}H^0$ , e incorporando las tasas de producción  $\sigma(pp \rightarrow H^0 X)$ , y de desintegración  $H^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , a las cuales es muy sensible.
  - En el análisis se determinaron factores  $k_{F,V}$  en los acoplos de  $H^0$  a fermiones:  $k_F(m_f/v)$  y bosones:  $2k_V(m_W^2/v)$  ( $W^\pm$ ) y  $k_V(m_Z^2/v)$  ( $Z^0$ ), indicando  $k_F \neq 1$  y  $k_V \neq 1$  desviación del Modelo Estándar.
  - Se muestran los valores ajustados de  $k_F$  y  $\sqrt{k_V}$  multiplicados por factores  $m_{F,V}/v$  (para ilustrar la comparación), así como su incertidumbre, tomando  $v = 246$  GeV.
- Estos resultados indican que la partícula encontrada en las colisiones  $pp$  con  $\sqrt{s} = 13$  TeV responde, con notable exactitud, a las propiedades aquí estudiadas del bosón de Higgs. Al igual que en el caso del  $Z^0$  (aunque con menos precisión), los datos no han puesto de manifiesto hasta el momento ninguna señal de estructura interna.

# PROBLEMAS Y EJERCICIOS

del curso

- 
- PROBLEMAS DEL CURSO
- 1 Espacio fásico desintegración beta
  - 2 Asimetría Garwin-Lederman
  - 3 Vida media del Tau
  - 4 Vida Media del Charm
  - 5 Vida media del Bottom
  - 6 Vida media del Top
  - 7 Oscilación de mesones neutros
  - 8 Parte V+A de la corriente neutra
  - 9 Fracción de antimateria en el protón
  - 10 Fracción de corrientes neutras
  - 11 Simetrías discretas y matriz CKM
  - 12 Angulo de Weinberg
  - 13 Tres familias de neutrinos
  - 14 Asimetría electrón-positrón en pares de muones
  - 15 Oscilación, matriz CKM y violación CP
  - 16 Asimetría CP en la oscilación
  - 17 Vida media del bosón de Higgs

- 
- EJERCICIOS AUXILIARES
- 18 Conservación de la helicidad
  - 19 El cuadrivector polarización
  - 20 Los proyectores de espinor polarizado
  - 21 Anchura de un bosón vectorial
  - 22 Perfil de línea del bosón  $Z^0$
  - 23 No conservación de la simetría CP

## Problema 1 (★)

### Espacio fásico desintegración $\beta$

Demostrar que en la desintegración  $N_1 \rightarrow N_2 e^- \bar{\nu}_e$ , siendo  $N_{1,2}$  núcleos *sin espín* con masas  $m_{1,2}$ , con amplitud  $|\overline{\mathcal{M}}|^2$  sumada en espines en la teoría  $V - A$ , se cumple que la anchura parcial  $d\Gamma = \frac{1}{2m_1} |\overline{\mathcal{M}}|^2 dQ$  vale exactamente:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2} I_s^2 \sum_{\text{espines}} |\bar{u}(p)\gamma^0(1 - \gamma^5)v(k)|^2 \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2\omega} \delta(\Delta m - E - \omega) \cdot 2\pi$$

donde  $p = (E, \mathbf{p})$  y  $k = (\omega, \mathbf{k})$  son los 4-momentos del electrón  $e^-$  y del antineutrino  $\bar{\nu}_e$ ,  $I_s$  es un factor global de isospin de los núcleos,  $dQ$  es el espacio fásico invariante de 3 cuerpos, y  $\Delta m = m_1 - m_2$  es el defecto de masa.

Se trata de demostrar lo anterior de forma distinta a como se hizo en el curso. En lugar de suponer al protón y al neutrón como partículas responsables de la reacción, con acoplo  $V - A$ , supón simplemente que los núcleos de espín cero se acoplan *escalarmente*, de forma relativista, con acoplo proporcional al 4-vector  $(p_1 + p_2)^\mu$ , y que este 4-vector se contrae con la corriente cargada leptónica. Al integrar sobre el espacio fásico de 3 cuerpos, utiliza la integral sobre la capa de masas de la pag. 27, y explicita la función  $\delta(p_2^2 - m_2^2)$ , en el límite en que  $m_1, m_2 \rightarrow \infty$ . De esta forma se obtiene la cinemática exacta, obviando la consideración del movimiento de Fermi. Además, queda claro que no es necesario involucrar al protón y al neutrón (ni a los quarks) en la desintegración  $\beta$  ni tan siquiera, para entender de forma precisa el espectro de Curie. Eso sí, hemos tenido que suponer que ambos núcleos tienen espín cero (que *no* es desde luego el caso más general).

## Problema 2 (\*\*\*)

### Asimetría Garwin-Lederman

Demostrar que en la desintegración del muón polarizado  $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ , la distribución angular del electrón tiene la forma  $d\Gamma/d(\cos\theta) = A(1 - \frac{1}{3}\cos\theta)$ , donde  $\theta$  es el ángulo que forma el electrón con la dirección del espín del muón. Seguir los pasos de la integración sobre el espacio fásico de 3 cuerpos, según lo estudiado en el curso para el caso no polarizado, y utilizar la siguiente integral angular, para  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $|\alpha| \leq |\beta|$ , siendo  $\mathbf{n}_1$  y  $\mathbf{n}_2$  vectores unitarios:

$$\int \mathbf{n}(\Omega) \cdot \mathbf{n}_1 \delta(\alpha - \beta \mathbf{n}(\Omega) \cdot \mathbf{n}_2) d\Omega = \frac{2\pi\alpha}{\beta^2} \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$$

El factor  $-1/3$  de la distribución angular resulta esencial para comprender en detalle los resultados del histórico experimento de violación de paridad de Garwin-Lederman de 1957. Se hace necesario conocer el resultado de los Ejercicios 19 y 20, relativos a fermiones polarizados, aunque estos no sean abordados. Para sumar sobre el espín de  $\nu_\mu$  en un factor, usa directamente el lema:  $\sum_s \bar{u}(k)\Gamma u(k) = \text{Tr}[(\not{k} + m)\Gamma]$ , donde  $\Gamma$  es cualquier producto de matrices gamma, independiente de  $s$ .

## Problema 3 (★★)

### Vida media del Tau

Aplica el cálculo exacto de la vida media del muón en la teoría  $V - A$  para predecir de forma aproximada el tiempo de vida promedio del leptón tau ( $\tau_\tau$ ) en  $ps$ , a partir de su masa. Hazlo en dos escenarios:

- que sólo pueda desintegrarse en modos leptónicos (electrón o muón).
- que pueda desintegrarse también en quarks, asignándole a cada uno de ellos una anchura parcial  $\Gamma_q$ , dentro de un modelo simple que tenga en cuenta el factor 3 de color y el ángulo de Cabibbo. Toma en consideración el quark  $s$ , indicando qué mesones podrían estar presentes en este estado final. ¿Es posible la desintegración en charm?

Compara las predicciones con resultados tabulados del PDG que te parezcan relevantes. Hazlo primero para la vida media del  $\tau$ , y luego para las anchuras parciales de desintegración en leptones y hadrones por separado. Justifica la hipótesis de *masa nula* que estás haciendo para todos los fermiones del estado final. Expresa la conservación de la energía de forma precisa, en un estado final mesónico de tu elección. Calcula la longitud de onda del neutrino emitido (en el sistema en reposo del  $\tau$ ), en ese estado final. Este neutrino ¿vé los quarks o los mesones? ¿Está garantizada la estructura  $V - A$  del acoplo a los hadrones? Comenta libremente sobre el grado de precisión obtenido en tu estimación de la vida media del  $\tau$ .

## Problema 4 (★★)

### Vida Media del Charm

- a) El quark  $c$  se desintegra por su acoplo quiral a las corrientes cargadas. Aplica lo aprendido de  $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$  para entender su vida media en el rango del  $ps$ , a partir de su masa. Para ello escribe sus 8 modos de desintegración principales en quarks y leptones y asigna a cada uno de ellos una anchura parcial, teniendo en cuenta el ángulo de Cabibbo. Simplificando *mucho* el tratamiento del color, considera un factor 3 únicamente en aquellos modos donde aparecen 2 corrientes cargadas hadrónicas. Comprueba que en todos los casos la masa cuadrado de los fermiones finales puede considerarse nula.
- b) A partir de lo anterior, ignorando los detalles del proceso de hadronización, y tratando el quark ligero como *espectador*, estima las vidas medias de los mesones  $D^+$  y  $D^0$ . ¿Hay alguna razón para que las estimaciones respectivas sean distintas, en esta aproximación? Compara en cada caso con los datos tabulados del PDG. Se define la *fracción de desintegración* de un estado final determinado de un mesón  $A \rightarrow i$  como el cociente  $\Gamma_i/\Gamma_A$  entre su anchura parcial y la anchura total. Estima las fracciones de desintegración semileptónicas (leptón + X) en electrón y en muón, y compara con los datos del PDG que encuentres para estos mesones.
- c) Estima la fracción de desintegración *puramente leptónica* de los mesones pseudoescalares  $D^+$  y  $D_s^+$  en  $\mu^+ \nu_\mu$ , teniendo en cuenta su supresión quiral (según lo visto para el pión), y compara también con datos del PDG. Toma para ello los valores  $f_{D^+} = 210 MeV$  y  $f_{D_s^+} = 250 MeV$ .

## Problema 5 (★★)

### Vida media del bottom

Intenta entender la vida media del quark  $b$  en el rango del  $ps$ , a partir de su masa. Igual que el charm, este se desintegra en otros fermiones más ligeros a través de corrientes cargadas a izquierdas en la teoría  $V - A$ , y debe tomarse como modelo la desintegración del muón. Escribe los 14 modos principales en que dicho quark puede desintegrarse, y considera que la hipótesis de masa *cuadrado* nula de los fermiones finales se extiende al charm, y al leptón  $\tau$ . Sin embargo, ahora el ámbito de desintegraciones del quark  $b$  abarca las *tres* generaciones de quarks conocidas.

Descomponer la anchura total de desintegración del quark  $b$  en sus anchuras parciales que incluyen leptones ( $\Gamma_l = \Gamma_e + \Gamma_\mu + \Gamma_\tau$ ) y aquellas que incluyen sólo hadrones:  $\Gamma_b = \Gamma_l + \Gamma_{had}$ . Utilizando el ángulo de Cabibbo ( $\lambda \equiv \sin(\theta_C)$ ), y un factor 3 de color en las desintegraciones hadrónicas, comprueba que tanto  $\Gamma_l$  como  $\Gamma_{had}$  contienen el factor  $|V_{cb}|^2 + |V_{ub}|^2$ . Calcula el tiempo de vida del quark  $b$  en *dos escenarios* distintos para la matriz de mezcla (CKM):

- que  $\lambda$  fuese "independiente del sabor", teniéndose  $|V_{cb}| = \lambda$  y  $|V_{ub}| = 0$ .
- que se cumpla la conjetura de Wolfenstein:  $|V_{cb}| \sim \lambda^2$  y  $|V_{ub}| \sim \lambda^3$ .

Comenta sobre el acuerdo de ambos escenarios con los datos de los experimentos de SLAC en 1983, relativos a la vida media del quark  $b$ , que se indican en el curso. Compara también con los datos actuales, referidos a la vida media observada específicamente en los mesones  $B^+$ ,  $B^0$  y  $B_s^0$ . ¿Son suficientemente iguales entre sí como para justificar una vida media asociada con el propio quark  $b$ , dentro del mesón? ¿En qué sentido actuaría el espacio fásico más reducido para  $c$  y  $\tau$ ?

Realiza a continuación una predicción específica para la fracción de desintegración del quark  $b$  en modos que tengan un electrón, o bien un muón. ¿Se encuentran en buen acuerdo con los datos recientes? El PDG ofrece datos inclusivos referidos a los quarks  $b$ , no sólo a los mesones.

Estima finalmente la fracción de desintegración del mesón  $B^+[u\bar{b}]$  en  $\mu^+\nu_\mu$  y en  $e^+\nu_e$ , utilizando la fórmula vista en la Lección IV para el pión, con la constante  $f_B = 190 MeV$ , y la masa del mesón  $B^+$ .

## Problema 6 (★★)

### Vida media del Top

a) Calcular la vida media del quark  $t$  (en  $s$ ), con masa  $m_t = 174 \text{ GeV}/c^2$ , en el Modelo Estándar. Téngase en cuenta que siendo  $m_t > m_b + m_W$ , el top puede desintegrarse en un  $W$  real, con masa  $m_W = 80.4 \text{ GeV}/c^2$ ,  $t \rightarrow bW^+$ , y no únicamente virtual como en los casos anteriores. Suponiendo el top no polarizado, hágase el cálculo detallado de la suma sobre los espines sobre el diagrama de Feynman, utilizando la relación de completitud  $\sum_{\lambda=\pm 1,0} \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} = -g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu / M^2$  que se cumple para bosones de espín 1 masivos, mencionada en el Ejercicio 21. Esta relación implica sumar sobre los estados de polarización *físicos* de dichos bosones (2 transversales, con  $S_z = \pm 1$ , y uno longitudinal, con  $S_z = 0$ ).

En el *gauge unitario*, el diagrama indicado es el único posible, al orden más bajo <sup>16</sup>.

Cancelar los tensores de simetría opuesta, y evaluar los 4-vectores finales en el sistema en reposo del  $t$ . La masa del quark  $b$  puede ahora considerarse nula. Debe utilizarse la anchura parcial para un proceso de desintegración genérico a dos cuerpos que se indica en el Problema 17.

b) Con el resultado obtenido, responder razonadamente a la pregunta: ¿puede el quark top formar mesones o bariones, a través de la interacción fuerte en QCD?

---

<sup>16</sup> indicamos como curiosidad que, en otros gauges,  $t \rightarrow b\phi^+$  también contribuye. Pero, en este caso, deben incluirse en la suma nuevos modos de polarización longitudinal, *no físicos*, del  $W^+$ , obteniéndose por ejemplo  $\sum_\lambda \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} = -g_{\mu\nu}$ . Es destacable que, tras sumar los diagramas de  $t \rightarrow b\phi^+$  y  $t \rightarrow bW^+$ , se obtiene un resultado *idéntico* al calculado arriba, como cabría esperar.



## Problema 7 (★)

### Oscilación de mesones neutros

Suponiendo conservación CPT, los mesones neutros  $P^0$  y  $\bar{P}^0$  tienen igual masa  $m_0$  y anchura  $\Gamma_0$ . El Hamiltoniano más general para su interacción débil es:  $H \equiv \mathcal{M} - \frac{i}{2}\Gamma$ , con  $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_0 & |M_{12}| \\ |M_{12}| & m_0 \end{pmatrix}$ ,  $\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_0 & |\Gamma_{12}|e^{i\omega} \\ |\Gamma_{12}|e^{-i\omega} & \Gamma_0 \end{pmatrix}$  siendo  $\mathcal{M}$  y  $\Gamma$  *hermíticas*, indicando  $\omega \neq 0$  violación CP.  $H$  se *diagonaliza* con la transformación de *similaridad*:

$$\begin{pmatrix} \mu_H & 0 \\ 0 & \mu_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_H - \frac{i}{2}\Gamma_H & 0 \\ 0 & M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L \end{pmatrix} = X^{-1} \left( \mathcal{M} - \frac{i}{2}\Gamma \right) X = \frac{1}{2pq} \begin{pmatrix} q & q \\ p & -p \end{pmatrix} \left( \mathcal{M} - \frac{i}{2}\Gamma \right) \begin{pmatrix} p & q \\ p & -q \end{pmatrix}$$

con  $p, q \in \mathbb{C}$  y  $|p|^2 + |q|^2 = 1$ . Como consecuencia de dicha interacción débil, los autovectores (autoestados):  $|P_{H,L}\rangle = p|P^0\rangle \pm q|\bar{P}^0\rangle$  adquieren masas y anchuras *distintas*:  $\Delta M \equiv M_H - M_L > 0$  y  $\Delta\Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L$ . Utilizando la ecuación de Schrödinger, demuestra que la evolución temporal de los estados  $|P^0(t)\rangle$  y  $|\bar{P}^0(t)\rangle$ , que fueron marcados en  $t = 0$  como  $P^0$  y  $\bar{P}^0$  respectivamente, viene dada por:

$$\begin{pmatrix} |P^0(t)\rangle \\ |\bar{P}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_+(t) & \frac{q}{p}g_-(t) \\ \frac{p}{q}g_-(t) & g_+(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P^0\rangle \\ |\bar{P}^0\rangle \end{pmatrix} \quad (1)$$

con las funciones:  $g_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left( e^{-\Gamma_H t/2} e^{-iM_H t} \pm e^{-\Gamma_L t/2} e^{-iM_L t} \right)$ , y que estas cumplen ( $\Gamma \equiv \frac{\Gamma_H + \Gamma_L}{2}$ ):

$$\begin{aligned} |g_{\pm}(t)|^2 &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} [\cosh(\Delta\Gamma t/2) \pm \cos(\Delta M t)] \\ g_+^*(t)g_-(t) &= -\frac{1}{2} e^{-\Gamma t} [\sinh(\Delta\Gamma t/2) + i\sin(\Delta M t)] \end{aligned} \quad (2)$$

Para ello ten en cuenta la propiedad:  $e^{X^{-1}H_D X} = X^{-1}e^{H_D}X$ . Este resultado es necesario para resolver el Problema 16, y se aplica en todos los casos de oscilación de mesones neutros referenciados en el Problema 15. La violación CP es *observable* en las oscilaciones como:  $\delta = |p|^2 - |q|^2 = (|H_{12}| - |H_{21}|) / (|H_{12}| + |H_{21}|) \neq 0$

## Problema 8 (★★)

### Parte V+A de la corriente neutra

El análisis detallado de la sección eficaz diferencial de dispersión de neutrinos y antineutrinos muónicos sobre un blanco isoescalar (mármol, Fe), en función de la variable  $y$  de Bjorken, permitió establecer de manera directa la naturaleza no totalmente quiral de la corriente neutra. Con el mismo blanco isoescalar, se utilizaron los sucesos de corriente cargada para determinar las densidades partónicas, y con los de corriente neutra se definieron los acoplos quirales a derechas ( $R$ ) y a izquierdas ( $L$ ):  $g_{R,L}^{iso}$ . Dichos acoplos se definen para cada tipo de quark  $i$ , dentro del protón y del neutrón, de la siguiente manera:  $g_{R,L}^i = \frac{1}{2}(C_V^i \mp C_A^i)$ . Lo medido en el blanco isoescalar corresponde al promedio cuadrático de los quarks  $u$  y  $d$ , siendo la contribución del quark  $s$  casi nula, para valores de  $x \gtrsim 0.1$ . El resultado experimental se resume en:  $(g_L^{iso})^2 = 0.300 \pm 0.015$  y  $(g_R^{iso})^2 = 0.024 \pm 0.008$ .

- determinar la predicción de la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .
- obtener, variando en pequeños pasos, el valor de  $\sin^2 \theta_W$  que mejor se aproxima a ambos.

Este resultado experimental fue tratado en el curso.

## Problema 9 (★★)

### Fracción de antimateria en el protón

Demostrar que la fracción del momento del protón o neutrón arrastrada por los antiquarks vale

$r \equiv \int x\bar{Q}(x)dx / \int xQ(x)dx = (3R - 1)/(3 - R)$ , siendo  $R \equiv \sigma(\bar{\nu}_\mu)/\sigma(\nu_\mu)$  el cociente entre las secciones eficaces totales de dispersión de antineutrinos y neutrinos sobre un blanco isoescalar, donde

$Q(x) \equiv d(x) + u(x)$  y  $\bar{Q}(x) \equiv \bar{u}(x) + \bar{d}(x)$  representan las densidades partónicas en dicho blanco. En ellas  $x$  (de Bjorken) representa la fracción del momento del protón o neutrón que arrastra el partón correspondiente.

En la derivación anterior, ignora la contribución del quark  $s$ . ¿Qué quark se produce con mayor probabilidad al golpear con neutrinos los quarks  $s$ ? Indica, en consecuencia, qué estados finales podrían ser la prueba de la presencia del quark  $s$  en el protón. ¿Es viable una determinación experimental de  $R$  que excluya la contribución del quark  $s$ ?

## Problema 10 (★★)

### Fracción de corrientes neutras

Demostrar la dependencia exacta con  $\sin^2\theta_W \equiv x_w$  que, en la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  del Modelo Estándar, tienen los siguientes cocientes entre la sección eficaz total por corrientes neutras y cargadas, sobre un blanco isoescalar  $N$ . Para fijar ideas, puede despreciarse la densidad de antiquarks, para  $x \gtrsim 0.1$ , y considerar únicamente los quarks  $u$  y  $d$  en las expresiones vistas para dispersión profundamente inelástica. La expresión obtenida es:

$$R_\nu = \frac{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X)}{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X)} = \frac{1}{2} - x_w + \frac{20x_w^2}{27} \quad R_{\bar{\nu}} = \frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu X)}{\sigma(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X)} = \frac{1}{2} - x_w + \frac{20x_w^2}{9}$$

Obtener una determinación óptima de  $\sin^2\theta_W$ , a partir de los datos que proporcionaron los experimentos de neutrino con corrientes neutras en la década de 1980:  $R_\nu = 0.33 \pm 0.01$  y  $R_{\bar{\nu}} = 0.38 \pm 0.02$ . El resultado experimental fue discutido en el curso.

## Simetrías discretas y matriz CKM

a) Los  $K_{S,L}^0$  son autoestados de masa del mesón  $K^0$  que no resultan ser autoestados perfectos de CP, sino que tienen una contaminación del autovalor contrario, en la forma:

$|K_{S,L}^0\rangle = 1/\sqrt{N} (|K_{1,2}\rangle + \epsilon|K_{2,1}\rangle)$ , siendo  $|K_{1,2}\rangle$  los autoestados perfectos de CP:

$|K_{1,2}^0\rangle \equiv 1/\sqrt{2} (|K^0\rangle \pm |\bar{K}^0\rangle)$ . Esta contaminación fue determinada en el histórico experimento de Cronin y

Fitch en 1964, con el valor:  $|\epsilon| = 2.23(1) \times 10^{-3}$ . Para ello se utilizó la fracción de desintegración  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .

Es fácil de comprender que, de forma similar a como hemos visto en la desintegración  $\beta$ , la teoría V - A puede producir también la desintegración semileptónica  $K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ , así como su conjugada de carga:

$\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$ . De hecho, los modos semileptónicos representan el 41% de las desintegraciones del  $K_L^0$ .

Dibuja un diagrama de Feynman al orden más bajo que represente a cada una de ellas. En ausencia de fases en la matriz CKM, ¿pueden dichos diagramas explicar la diferencia observada en la tasa de desintegración entre estos modos conjugados de carga? Explica la respuesta, teniendo en cuenta lo que se afirma en el enunciado del Ejercicio 23. Menciona explícitamente la quiralidad de las partículas participantes, indicando porqué la simetría CP se encuentra involucrada en dicha asimetría.

b) El resultado de Cronin-Fitch sugiere realizar una medida de precisión de la asimetría anterior. ¿Crees que se podría utilizar el electrón/positrón observado para *marcar* el contenido del  $K_L^0$  en  $\bar{K}^0/K^0$ ? Supón que se ha determinado la asimetría:

$$\delta_{SL} \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) - \Gamma(\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) + \Gamma(\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)}$$

como de hecho se realizó por primera vez en 1974 (S. Gjesdal et al.), y que el resultado es:  $\delta_{SL} = 3.27(12) \times 10^{-3}$  (valor actual). ¿Puedes dilucidar la compatibilidad o no de este resultado con el de Cronin-Fitch? Si al hacerlo descubres que la constante  $\epsilon$  debe ser compleja, entonces determina su fase en grados. Debes tener en cuenta la definición relativista de la anchura parcial de desintegración en función de  $\mathcal{M}$ , y el hecho de que  $\bar{K}^0 \not\rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ .

c) Dibuja un diagrama de Feynman en forma de caja, con 2 bosones  $W$  en un lazo, que sea capaz de convertir el mesón  $K^0$  en su antipartícula  $\bar{K}^0$ . ¿Puede la presencia de fases en la matriz CKM ser responsable del valor  $|\epsilon| \neq 0$  en los autoestados de masa  $K_{S,L}^0$ ? Explica cualitativamente la respuesta.

## Problema 12 (★★)

### Angulo de Weinberg

En la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , los bosones gauge neutros de espín uno  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$  interaccionan con las corrientes fermiónicas  $J^{3,\mu}$  y  $J^{Y,\mu}$  según la densidad lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{neutra} = \left( J^{3,\mu}, \quad \frac{1}{2} J^{Y,\mu} \right) \begin{pmatrix} g & 0 \\ 0 & g' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

donde  $J^{Y,\mu} \equiv 2(J^{em,\mu} - J^{3,\mu})$ . Weinberg postula que, debido al mecanismo de Higgs, los bosones físicos  $Z_\mu$  y  $A_\mu$  son combinaciones ortogonales de los bosones gauge, según la rotación:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

siendo  $c \equiv \cos(\theta_W)$ ,  $s \equiv \sin(\theta_W)$ , y que la densidad anterior puede escribirse como:

$$\mathcal{L}_{neutra} = \left( J^{NC,\mu}, \quad e J^{em,\mu} \right) \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

donde  $J^{NC,\mu}$  es la corriente neutra física que se acopla al  $Z^0$  y  $J^{em,\mu}$  es la corriente electromagnética que se acopla al fotón, siendo  $e$  el módulo de la carga del electrón. Demuestra que existe solución única a la propuesta de Weinberg, definida por:

a) la doble ecuación:  $e = sg = cg'$ .

b) la corriente neutra en la forma:  $J^{NC,\mu} = \frac{g}{c}(J^{3,\mu} - s^2 J^{em,\mu})$ .

¿Es esperable en este modelo un acoplo  $V + A$  en la corriente neutra? ¿Porqué?

Analiza simplemente el sistema lineal  $2 \times 2$  que surge de igualar los factores que multiplican a  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$  en ambas ecuaciones para  $\mathcal{L}_{neutra}$ , tomando como incógnitas  $e$  y  $J^{NC,\mu}$ . Las ecuaciones anteriores son la base de la teoría de unificación electrodébil.

## Problema 13 (\*\*\*)

### Tres familias de neutrinos

a) Utiliza el resultado del Ejercicio 21, en el marco de la teoría de unificación electrodébil, para demostrar que la anchura parcial de desintegración del  $Z^0$  en  $\nu_\mu \bar{\nu}_\mu$  es

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu) = \frac{G_F}{12\pi\sqrt{2}} M_Z^3$$

y que toma el valor 166 MeV a partir de las constantes indicadas. Deja claro si al realizar esta predicción se ha utilizado la teoría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  únicamente, o si se ha añadido algún campo escalar a la teoría, y con qué valor de la hipercarga débil.

b) Determina las anchuras parciales de desintegración del  $Z^0$  (en MeV) en neutrinos, hadrones y leptones cargados. Para ello considera los acoplos  $C_V$  y  $C_A$  de cada tipo de fermión a la corriente neutra, ten en cuenta el factor 3 de color y toma un valor preciso de  $\sin^2\theta_W$ . Ten en cuenta que el quark  $t$  no es accesible desde el  $Z^0$ . Determina también la anchura total del  $Z^0$  y su vida media en  $s$ .

c) Suponiendo que la confusión entre sucesos hadrónicos y leptónicos es muy pequeña en un colisionador  $e^+e^-$  con energía  $\sqrt{s} = M_Z$ , explica cómo podrías determinar  $\Gamma_{\nu\bar{\nu}}$  con precisión, y si de esta forma podrías saber cuántas familias de neutrinos ligeros existen. Utiliza aquí la sección eficaz de producción resonante del  $Z^0$ :  $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = 12\pi \left( \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{M_Z^2} \right) \frac{s}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2}$ , tal como se demuestra en el Ejercicio 22

¿Cuánto vale  $\sigma$  en el pico en  $nb$ ? El programa anterior fue llevado a cabo en 1991 por los 4 experimentos del colisionador LEP del CERN. Muestra que has entendido el método, tras consultar los datos de L3 que se facilitan en el curso. Las anchuras observadas en los *perfiles* del  $Z^0$  en hadrones y en los distintos leptones parecen iguales. ¿Depende la vida media del  $Z^0$  del canal de desintegración? Da una respuesta razonada, tras observar atentamente las distribuciones experimentales, en la misma escala de energía.

Asimetría aniquilación electrón-positrón en pares de muones <sup>17</sup>

Para una energía suficientemente alta del colisionador ( $\sqrt{s} = \sqrt{q^2}$ ), la contribución electrodébil a la aniquilación  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  se hace significativa, y llega a superar, a la contribución electromagnética. Pero, aún más importante, se produce una interferencia cuántica entre el  $Z^0$  y el fotón muy sensible a los parámetros de unificación electrodébil. Como se ha visto, las amplitudes respectivas son:

$$\mathcal{M}_\gamma = -\frac{e^2}{q^2} (\bar{\mu}\gamma^\mu\mu) (\bar{e}\gamma_\mu e)$$

$$\mathcal{M}_Z = -\frac{g^2}{4\cos^2\theta_W} \left[ \bar{\mu}\gamma^\nu (C_V^\mu - C_A^\mu\gamma^5)\mu \right] \left( \frac{g_{\nu\sigma} - q_\nu q_\sigma/M_Z^2}{q^2 - M_Z^2} \right) \left[ \bar{e}\gamma^\sigma (C_V^e - C_A^e\gamma^5)e \right]$$

donde hemos supuesto  $\rho = 1$  de acuerdo con el mecanismo de Higgs, y hemos indicado los espinores del muón y del electrón con los símbolos  $(\mu, e)$  reservando  $(\nu, \sigma)$  para los índices relativistas. Teniendo en cuenta la *conservación de la helicidad* (véase Ejercicio 18), podemos aislar en  $\mathcal{M}_Z$  las dos únicas componentes quirales relevantes ( $R$  y  $L$ ) para *cada* fermión en el límite ultrarrelativista ( $\sqrt{s} \gg 2m_\mu$ ), definidas por la expresión evidente:  $C_V - C_A\gamma^5 = \frac{1}{2}(C_V - C_A)(1 + \gamma^5) + \frac{1}{2}(C_V + C_A)(1 - \gamma^5)$ , con los coeficientes respectivos:  $g_R \equiv C_V - C_A$  y  $g_L \equiv C_V + C_A$ . Comprobar que el segundo término del numerador en el propagador no contribuye, utilizando para ello la ecuación de Dirac para  $\mu$  y  $e$ .

En consecuencia, reescribir el resultado como:

$$\mathcal{M}_Z = -\frac{\sqrt{2}G_F M_Z^2}{s - M_Z^2} \left[ g_R^\mu (\bar{\mu}_R\gamma^\nu\mu_R) + g_L^\mu (\bar{\mu}_L\gamma^\nu\mu_L) \right] \left[ g_R^e (\bar{e}_R\gamma_\nu e_R) + g_L^e (\bar{e}_L\gamma_\nu e_L) \right]$$

<sup>17</sup> este problema puede ser de elección única.



## Problema 14 (\*\*\*)

### Asimetría aniquilación electrón-positrón en pares de muones (continuación)

a) En la expresión  $|\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z|^2$ , aislar ahora cada una de las 4 contribuciones de helicidad a la sección eficaz diferencial en el centro de masas (CM), utilizando los resultados del Ejercicio 18 y del Ejercicio 22. Demostrar que la primera de ellas tiene la forma:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{CM} (e_L^+ e_R^- \rightarrow \mu_L^+ \mu_R^-) = \frac{\alpha^2}{4s} (1 + \cos\theta)^2 \left| 1 + r g_L^\mu g_L^e \right|^2$$

y análogamente explicitar las demás, con  $r \equiv (\sqrt{2}G_F M_Z^2 s/e^2)/(s - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z)$ . El denominador del propagador presenta una parte imaginaria en el polo, que es la forma relativista de tener en cuenta la anchura total  $\Gamma_Z$  del  $Z^0$ , y  $\alpha \equiv e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = e^2/4\pi$  es la constante de estructura fina.

b) Demostrar que, como consecuencia de la interferencia  $\gamma - Z^0$ , la distribución angular en el CM es:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{CM} (e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{\alpha^2}{4s} [A_0 (1 + \cos^2\theta) + A_1 \cos\theta]$$

apareciendo una componente asimétrica, proporcional a  $A_1$ . Determinar  $A_0$  y  $A_1$  en el Modelo Estándar, en función de  $\text{Re}(r)$  y de  $|r|^2$ . Dibujar el muy distinto comportamiento que tienen  $\text{Re}(r)$  y  $|r|^2$  en función de la energía  $\sqrt{s}$ , en la proximidad y en la lejanía de la masa del  $Z^0$ . La hipótesis de universalidad implica acoplos iguales:  $g_{R,L}^\mu = g_{R,L}^e \equiv g_{R,L}$ .

c) Definir  $A_{FB} \equiv \frac{F_- - B}{F_+ + B}$ , con  $F \equiv \int_0^1 (d\sigma/d\Omega)d\Omega$  y  $B \equiv \int_{-1}^0 (d\sigma/d\Omega)d\Omega$ , la *asimetría de carga* referida al  $e^+$  entrante y  $\mu^+$  saliente, y determinarla en el Modelo Estándar, al orden mas bajo. Precisar su valor numérico (en %) y *signo* para una energía del colisionador  $\sqrt{s} = 34.6 \text{ GeV}$ , por debajo de  $M_Z$  ( $s \ll M_Z^2$ ), pero muy por encima de las resonancias vectoriales asociadas a los 5 quarks ligeros y pesados:  $u, d, s, c$  y  $b$ .

Este resultado jugó un papel decisivo en la selección de la teoría de unificación electrodébil de Weinberg-Salam, basada en el doblete de Higgs con hipercarga  $+1$  ( $\rho = 1$ ), al medirse en 1983 la asimetría anterior con precisión del 1%, en el acelerador PETRA de DESY (Hamburgo). Ver los datos del experimento Mark J que se facilitan en el curso.

## Problema 15 (★★)

### Oscilación, matriz CKM y violación CP

a) Explicar porqué en el Modelo Estándar (donde los neutrinos no tienen masa), las únicas partículas que pueden convertirse espontáneamente en su antipartícula, y por tanto oscilar, son los *mesones neutros que vivan lo suficiente*. Explicar porqué sólo se conocen *cuatro* mesones neutros de este tipo, e indicar su contenido en quarks. Dibujar, para cada uno de ellos, un diagrama de Feynman con *4 partículas virtuales* que pueda provocar dicha transición espontánea, a través de un lazo. ¿Porqué no puede oscilar el mesón  $K^{*0}$  (892)? ¿Puede oscilar el neutrón? ¿Fuerza el fenómeno de la oscilación la violación CP?

b) Como sabes, en el Modelo Estándar un quark de tipo down no puede convertirse de forma *directa* en otro del mismo tipo y sabor distinto, emitiendo un fotón, ni un  $Z^0$ , ni tampoco un gluón. Sin embargo, dicho acoplo puede ocurrir de forma *indirecta* a través de diagramas de polarización del vacío con un lazo (llamados de tipo *penguin*). Un W virtual se emite y reabsorbe entre los dos quarks de sabor distinto, acoplándose el gluón (o el  $Z^0$ ) al quark virtual intermedio. Dibuja al menos 3 diagramas de este tipo.

Construye un diagrama *penguin* para explicar la desintegración  $\bar{B}_s^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ , y también otro tipo árbol para el mismo proceso. Cuando un diagrama de Feynman no tiene lazos se denomina de tipo *árbol*. Puedes dejar, en ambos casos, que el quark  $\bar{s}$  sea espectador. Explica qué observable elegirías en el laboratorio para demostrar la no conservación de la simetría CP en esta desintegración. ¿Porqué necesitas *dos* amplitudes para explicarla en el Modelo Estándar, y no te basta con sólo una? ¿Qué elementos de la matriz CKM serían decisivos?

c) Si quisieras comunicar a alguien de una galaxia lejana, que puede estar hecha de antimateria, que la Tierra gira en sentido contrario a las agujas del reloj en el sistema solar (con respecto al Polo Norte del Sol), ¿cómo lo harías?. Ten en cuenta que necesitas utilizar una referencia común sobre el *signo* de la helicidad, y que, sin saber si se encuentran en un mundo de antipartículas o no, es imposible definir el *signo* de la carga eléctrica. ¿Ayudaría utilizar para esto último la desintegración semileptónica  $K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$  analizada en el Problema 11? Indica cuál sería el mensaje. Véase en el libro de Griffiths, capítulo 4 (pag. 114) otra formulación de este problema.

## Problema 16 (★★)

### Asimetría CP en la oscilación

Utilizando el resultado del Problema 7 para la evolución temporal de la función de ondas del mesón en sus proyecciones  $|P^0\rangle$  y  $|\bar{P}^0\rangle$ , fórmulas (1) y (2):

- a) Determina la densidad de probabilidad en función del tiempo (medido en el instante de desintegración  $t$ ) de que el mesón marcado en  $t = 0$  como  $|P^0\rangle$ :
- haya permanecido como  $|P^0\rangle$
  - haya saltado hacia  $|\bar{P}^0\rangle$
- b) Supuesto que las colisiones en el acelerador producen con igual probabilidad quarks  $b$  y  $\bar{b}$  en  $t = 0$ , demuestra que la asimetría en la tasa partícula/antipartícula, observada en  $t > 0$  a través de  $B_s \rightarrow D_s^- X \mu^+ \nu_\mu$  y  $\bar{B}_s \rightarrow D_s^+ X \mu^- \bar{\nu}_\mu$ , donde  $X$  es un conjunto de hadrones, depende de  $t$  en la forma:

$$a_{SL}^s = \frac{N(B_s) - N(\bar{B}_s)}{N(B_s) + N(\bar{B}_s)} = \delta \cdot \left( 1 - \frac{\cos(\Delta M t)}{\cosh(\Delta \Gamma t/2)} \right) \quad \text{con} \quad \delta \equiv |p|^2 - |q|^2 \ll 1$$

Puede probarse que  $\delta \neq 0$  indica violación de la simetría CP en el proceso de oscilación, ya que  $|H_{12}| \neq |H_{21}|$  en la matriz de mezcla del Problema 7. Estas asimetrías para el mesón  $B_s$  son actualmente estudiadas en experimentos de alta resolución temporal, como LHCb ( $50 fs$ ).

## Problema 17 (★★)

### Vida media del bosón de Higgs

a) Demuestra que, en el Modelo Estándar, la anchura parcial de desintegración del bosón de Higgs en un par fermión-antifermión viene dada por:

$$\Gamma(H^0 \rightarrow f\bar{f}) = \frac{G_F M_H m_f^2}{4\pi\sqrt{2}}$$

Para ello, recuerda el acoplo lagrangiano del vértice  $H^0 f\bar{f}$  visto en el curso, y realiza el cálculo directo del diagrama de Feynman, aplicando la regla de Casimir para la suma en espines. Recuerda el resultado genérico para la anchura parcial de desintegración de un proceso relativista en dos cuerpos  $A \rightarrow 1 + 2$ :

$$\Gamma(A \rightarrow 1 + 2) = \frac{|\mathbf{p}|}{32\pi^2 m_A^2} \int |\mathcal{M}|^2 d\Omega \text{ donde } |\mathbf{p}| \text{ es el momento común en su centro de masas.}$$

b) Determina numéricamente el valor en MeV de su anchura total en quarks y leptones, utilizando su masa  $M_H = 125 \text{ GeV}/c^2$ , y específicamente su anchura parcial en  $b\bar{b}$ . ¿Cómo se compara esta última con datos recientes? ¿Es  $\Gamma(H^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  comparativamente relevante? Da una respuesta razonada, suponiendo que los dos fotones se originan a través de un lazo triangular con el quark  $t$ .

c) Despreciando la contribución de los pares  $W^+W^-$  y  $Z^0Z^0$  (fuera de su capa de masas) a la anchura total, da una cota superior aproximada para la vida media del bosón de Higgs (en  $s$ ). Indica si te parece que es lo suficientemente larga como para crear vértices secundarios visibles, en el LHC<sup>18</sup>. El Higgs se produce a través del top en el proceso  $gg \rightarrow H^0$  (inverso del anterior), donde cada gluón proviene de un protón en la colisión. Para estimar el momento del  $H^0$ , supón que la máxima diferencia de las  $x$  de Bjorken de los gluones es del orden de 0.1, similar a la observada con neutrinos en la distribución de antiquarks en el protón (Lección V).

Los resultados anteriores para  $\Gamma(H^0 \rightarrow f\bar{f})$  jugaron un papel decisivo en la interpretación del bosón de Higgs descubierto en el LHC por ATLAS y CMS en 2012.

<sup>18</sup> un detector de posición semiconductor no alcanza una resolución por impacto mejor que  $10 \mu m$ .

# EJERCICIOS AUXILIARES

Formalismo general que ayuda a comprender los problemas

## PROBLEMAS DEL CURSO

- 1 Espacio físico desintegración beta
- 2 Asimetría Garwin-Lederman
- 3 Vida media del Tau
- 4 Vida Media del Charm
- 5 Vida media del Bottom
- 6 Vida media del Top
- 7 Oscilación de mesones neutros
- 8 Parte V+A de la corriente neutra
- 9 Fracción de antimateria en el protón
- 10 Fracción de corrientes neutras
- 11 Simetrías discretas y matriz CKM
- 12 Angulo de Weinberg
- 13 Tres familias de neutrinos
- 14 Asimetría electrón-positrón en pares de muones
- 15 Oscilación, matriz CKM y violación CP
- 16 Asimetría CP en la oscilación
- 17 Vida media del bosón de Higgs

## EJERCICIOS AUXILIARES

- 18 Conservación de la helicidad
- 19 El cuadrivector polarización
- 20 Los proyectores de espinor polarizado
- 21 Anchura de un bosón vectorial
- 22 Perfil de línea del bosón  $Z^0$
- 23 No conservación de la simetría CP

## Conservación de la helicidad

a) Demostrar que, en el límite ultrarrelativista ( $E \gg m$ ), cualquier vértice fermiónico externo de un diagrama en una teoría vectorial  $\bar{u}\gamma^\mu u$  acopla únicamente espinores de igual helicidad, con  $\bar{u}_L\gamma^\mu u_R = \bar{u}_R\gamma^\mu u_L = 0$ . Y que lo mismo se aplica en una teoría vector-axial  $\bar{u}\gamma^5\gamma^\mu u$ . Se llama en la literatura *conservación de helicidad*, y juega un papel importante tanto en QED, como en la teoría electrodébil y en QCD.

b) En particular, para el proceso emblemático  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  en QED a orden  $\alpha^2$ , expresar la amplitud  $\mathcal{M}_\gamma = -(e^2/q^2)(\bar{\mu}\gamma^\mu\mu)(\bar{e}\gamma_\mu e)$  en función de sus componentes quirales, y *dibujar* los momentos entrantes y salientes, así como sus espines y el ángulo de dispersión en el centro de masas, en las 4 únicas configuraciones de helicidad posibles.

c) La invariancia por rotaciones espaciales de la amplitud anterior tiene una consecuencia interesante: estas 4 amplitudes deben ser proporcionales a los elementos de matriz de Wigner:  $d_{\lambda'\lambda}^j(\theta) = \langle j\lambda' | e^{i\theta J_y} | j\lambda \rangle$ , donde  $e^{i\theta J_y}$  representa una rotación de ángulo  $\theta$  alrededor del eje  $\perp$  al plano de la reacción. Comprobar en las tablas que sus valores son:

$$d_{11}^1(\theta) = d_{-1-1}^1(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta) = -u/s$$

$$d_{1-1}^1(\theta) = d_{-11}^1(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) = -t/s$$

con la última igualdad en el límite ultrarrelativista. Esto nos permite deducir, utilizando únicamente amplitudes de helicidad, la distribución angular obtenida en QED ( $\alpha^2$ ) para  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , pues se trata de la suma cuadrática de las dos amplitudes anteriores ( $|\overline{\mathcal{M}}|^2 = e^4[2(t/s)^2 + 2(u/s)^2]$ ), por tanto (con  $e^2 = 4\pi\alpha$ ):

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 s} \overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\alpha^2}{4s} (1 + \cos^2\theta) = \frac{\alpha^2}{4s} \frac{1}{2} [(1 + \cos\theta)^2 + (1 - \cos\theta)^2]$$

Comprobar en el dibujo anterior que cada una de ellas tiene la característica supresión de helicidad del hemisferio hacia atrás, impuesta por la conservación del momento angular (caso similar a los neutrinos). Sin embargo la suma carece de supresión, siendo *simétrica* (orden  $\alpha^2$ ) la distribución del  $\mu^+$  saliente con respecto a la dirección del positrón incidente ( $\cos\theta \rightarrow -\cos\theta$ ). Este ejercicio ayuda a comprender el Problema 14.

## Ejercicio 19 (★)

### El cuadrivector polarización

El estado cuántico más general de un fermión de masa  $m$  se caracteriza por el valor medio de su espín  $\langle \mathbf{S} \rangle$  en su sistema en reposo, y por su momento  $\mathbf{p}$  (4-vector  $p^\mu$ )<sup>19</sup>. El espín admite también una representación 4-vectorial. En efecto, podemos definir, en el sistema en reposo, el 4-vector:  $s^\mu \equiv (0, 2 \langle \mathbf{S} \rangle)$ , con  $s \cdot p = 0$  y  $s^2 = -1$ , y luego aplicar una transformación de Lorentz en la dirección deseada. Por tanto, el espinor de un fermión debe denotarse cuando sea preciso como  $u(p, s)$  ( $v(p, s)$  para el antifermión). Los 3-vectores mencionados forman un ángulo  $\theta$  que, como puede demostrarse, es una constante del movimiento libre:  $2 \langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{p} / |\mathbf{p}| \equiv \cos \theta$ .

a) Demostrar que a los estados de helicidad  $\lambda = \pm 1$  del fermión les corresponde el 4-vector:

$$s^\mu = \lambda(|\mathbf{p}|, 0, 0, E)/m \quad \text{con } m \neq 0$$

b) Demostrar que con un ángulo  $\theta$  explícito, el espinor del fermión adopta la forma:

$$u(p, s) = N(\cos(\theta/2), \sin(\theta/2), \kappa \cos(\theta/2), -\kappa \sin(\theta/2))$$

con las constantes  $\kappa = |\mathbf{p}|/(E + m)$  y  $N = \sqrt{E + m}$ .

---

<sup>19</sup> el operador de espín relativista toma la forma:  $\mathbf{S} \equiv (1/2) \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma})$ .

## Ejercicio 20 (★★)

### Los proyectores de espinor polarizado

Si denotamos como  $u_\lambda(p, s)$  los estados de un fermión con 4-vector polarización  $\lambda s^\mu$ , con  $\lambda = \pm 1$ , siendo  $s^\mu = (|\mathbf{p}|, 0, 0, E)/m$ , es evidente que los cuatro estados:  $\{u_\lambda(p, s), v_\lambda(p, s), \lambda = \pm 1\}$ , donde  $v_\lambda = \gamma^5 u_{-\lambda}$  corresponde al antifermión, forman una base ortonormal dentro del espacio de Hilbert de dimensión 4 de sus estados cuánticos con trimomento  $\mathbf{p}$ .

Que las matrices  $4 \times 4$ :  $\rho_\lambda^u = u_\lambda(p, s)\bar{u}_\lambda(p, s)$  y  $\rho_\lambda^v = v_\lambda(p, s)\bar{v}_\lambda(p, s)$  son los proyectores, en dicho espacio de Hilbert, sobre los estados respectivos  $u_\lambda(p, s)$  y  $v_\lambda(p, s)$ , con  $\lambda = \pm 1$ , no ofrece dudas, por su propia definición.

a) Demostrar que se verifica la expresión *sin suma*:  $u_\lambda \bar{u}_\lambda = \frac{1}{2}(m + \not{p})(1 + \lambda \gamma^5 \not{s})$ , con  $\lambda = \pm 1$ .

b) A continuación demostrar que:  $-v_\lambda \bar{v}_\lambda = \frac{1}{2}(m - \not{p})(1 + \lambda \gamma^5 \not{s})$ .

Basta realizar las demostraciones anteriores *en el sistema en reposo*, pues la invariancia Lorentz de los operadores es manifiesta en la expresión que se ha postulado, al contener 4-vectores pinchados.

Se sugiere probar que las expresiones sin suma  $u_\lambda \bar{u}_\lambda$  no son más que los proyectores  $\rho_\lambda^u$  definidos arriba (es decir, dejan los 4 estados base mencionados antes invariantes, o arrojan cero). Alternativamente, puede probarse directamente que las expresiones anteriores son ciertas como matrices  $4 \times 4$ , en el sistema en reposo, utilizando la forma explícita de los espinores  $u_\lambda$  y  $v_\lambda$  de la Lección I.

Las expresiones anteriores permiten el cálculo de amplitudes en *diagramas de Feynman con fermiones polarizados* externos. El método consiste en incluir nuevos factores en la evaluación de las trazas, como parte de la aplicación de la regla de Casimir. En particular, este resultado es necesario para el Problema 2.



## Ejercicio 21 (★★)

### Anchura de un bosón vectorial

Supongamos que un bosón  $X$  de espín 1 y masa  $M_X$  se desintegra en 2 fermiones  $f_1$  y  $\bar{f}_2$  de espín 1/2 con un acoplo lagrangiano dado por:  $\Gamma^\mu \equiv -ig_X \gamma^\mu \frac{1}{2}(C_V - C_A \gamma^5)$ , siendo  $m_{f_i} \ll M_X$ , y  $C_{V,A} \in \mathbb{R}$ . En ausencia de polarización, no existe ningún ángulo relevante en esta desintegración. Demostrar que su anchura parcial viene dada por:

$$\Gamma(X \rightarrow f_1 \bar{f}_2) = \frac{g_X^2}{48\pi} (C_V^2 + C_A^2) M_X$$

Partir de la amplitud:  $\mathcal{M} = \epsilon_\mu^\lambda (\bar{u}(k') \Gamma^\mu u(k))$ , donde  $\epsilon_\mu^\lambda$  es el 4-vector con polarización  $\lambda$  para el bosón de espín 1. Utilizar la **relación de completitud**:  $\sum_{\lambda=0, \pm 1} \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} = -g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu / M^2$ , siendo  $B_\mu = \epsilon_\mu^\lambda e^{-ip \cdot x}$  la solución general de la ecuación diferencial  $(\square + M^2)B_\mu = 0$ , donde la condición  $\partial_\mu B^\mu = 0$  es obligada ( $M \neq 0$ ). Se cumple por tanto que:  $\epsilon^\lambda \cdot p = 0$ , y tenemos 3 modos independientes de oscilación  $\lambda = 0, \pm 1$  definidos por el 4-vector  $\epsilon_\mu^\lambda$ , con la normalización:  $|\epsilon^\lambda|^2 = -1 \forall \lambda$ . Nótese la analogía con el 4-vector  $s_\mu$  para los fermiones.

Demostrar a continuación que el promedio en espines de la amplitud cuadrado toma la forma:

$\sum_{\lambda} \mathcal{M} \mathcal{M}^* = (g_X^2/4) \left( \sum_{\lambda} \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} / 3 \right) \left[ (C_V^2 + C_A^2) T_1^{\mu\nu} - 2C_V C_A T_2^{\mu\nu} \right]$ , identificando en ella los tensores  $T_{1,2}^{\mu\nu}$ , tras la aplicación de la regla de Casimir. Debe hacerse uso del resultado genérico para la anchura parcial de desintegración en un proceso a dos cuerpos, indicado en el Problema 17. Evaluar los 4-vectores de las partículas involucradas en el sistema en reposo del bosón.

Este resultado tiene aplicación directa en las desintegraciones de los bosones  $Z^0$  (en particular el Problema 13),  $W^\pm, \Upsilon[b\bar{b}]$  y  $J/\psi[c\bar{c}]$  y puede extenderse al caso polarizado.

## Ejercicio 22 (\*\*\*)

### Perfil de línea del bosón $Z^0$

Demostrar que  $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}) = 12\pi \left( \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{M_Z^2} \right) \frac{s}{(s-M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2}$  es la sección eficaz de aniquilación  $e^+e^-$  que corresponde a la amplitud  $\mathcal{M}_Z$  del Problema 14, para  $\sqrt{s} = 2E_B$  en la proximidad de  $M_Z$ , siendo  $f$  una familia concreta de quarks o leptones. Seguir los pasos siguientes:

- Partir de las 4 componentes *quirales* de  $\mathcal{M}_Z$  que se explicitan en el Problema 14.
- Aplicar los resultados del Ejercicio 18 para el fotón, reemplazando  $\frac{e^2}{s}$  por  $g_z^2 \frac{g_i^e g_j^f}{s-M_Z^2}$  en cada una de ellas, siendo  $g_z = g/(2c_w)$  y  $1/(s-M_Z^2)$  el propagador del  $Z^0$ , para demostrar:

$$|\mathcal{M}_{ii}|^2 = s^2 \left| \frac{g_z^2}{s-M_Z^2} \right|^2 (g_i^e)^2 (g_i^f)^2 (1 + \cos\theta)^2$$

$$|\mathcal{M}_{ij}|^2 = s^2 \left| \frac{g_z^2}{s-M_Z^2} \right|^2 (g_i^e)^2 (g_j^f)^2 (1 - \cos\theta)^2 \quad i \neq j$$

donde los índices  $i, j$  se refieren a la helicidad ( $R$  ó  $L$ ) del electrón y del fermión  $f$ , respectivamente, con  $g_{L,R} \equiv (c_V \pm c_A)/2$ . Dibujar un diagrama de espines para cada amplitud.

- Utilizando  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\overline{|\mathcal{M}_Z|^2}|$ , integrando en  $\cos\theta$ , e involucrando las anchuras parciales  $\Gamma_e$  y  $\Gamma_f$  calculadas según el Ejercicio 21, llegar a la expresión:  $\sigma_Z = 12\pi \left( \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{M_Z^2} \right) \frac{s}{(s-M_Z^2)^2}$ .

d) La anchura de la resonancia corresponde a la parte imaginaria de su energía, e indica la *desintegración* de la partícula, ya que  $\psi \propto e^{iMt} e^{-\Gamma t/2}$  implica  $\psi^* \psi \propto e^{-\Gamma t} = e^{-t/\tau}$ , siendo  $\Gamma$  su anchura total. Completar la demostración haciendo la sustitución  $M_Z \rightarrow M_Z - i\Gamma_Z/2$  en la expresión del propagador, suponiendo que  $\Gamma_Z \ll M_Z$ , y hacer luego  $|\text{propagador}|^2$ .

## Ejercicio 23 (★★)

### No conservación de la simetría CP

Consideremos un proceso genérico por corrientes cargadas entre quarks  $ab \rightarrow cd$ , gobernado por 2 elementos de la matriz  $V_{CKM}$ , con amplitud (prescindimos en lo que sigue del factor  $G_F/\sqrt{2}$ ):

$$\mathcal{M} = V_{ca}V_{db}^* [\bar{u}_c\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_a] [\bar{u}_b\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_d]^+ = V_{ca}V_{db}^* [\bar{u}_c\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_a] [\bar{u}_d\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_b]$$

Damos por conocido que la amplitud hermítica conjugada  $\mathcal{M}^+$  se obtiene invirtiendo las flechas de los fermiones en el diagrama de Feynman (es decir, corriendo el tiempo hacia atrás). Por tanto:

$$\mathcal{M}^+ = V_{ca}^*V_{db} [\bar{u}_a\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_c] [\bar{u}_b\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_d]$$

Aplicando previamente el operador producto  $CP$  sobre cada espinor en  $\mathcal{M}$ , *demostrar* que la amplitud conjugada por  $CP$  adopta la forma:

$$\mathcal{M}_{CP} = (J_{ca}^\mu)_{CP}(J_{\mu,bd}^+)_{CP} = V_{ca}V_{db}^* [\bar{u}_a\gamma^\mu(1-\gamma^5)u_c] [\bar{u}_b\gamma_\mu(1-\gamma^5)u_d]$$

Pues bien, la condición necesaria y suficiente para la conservación CP es que  $\mathcal{M}_{CP} = \mathcal{M}^+$ . Por tanto resulta evidente que sólo la presencia de fases medibles en la matriz  $V_{CKM}$  puede provocar la ruptura de la simetría CP, al producirse  $V_{ca}V_{db}^* \neq V_{ca}^*V_{db}$ .

La parte esencial de la demostración está en probar que:

$$(J_{ca}^\mu)_{CP} = (-1)V_{ca}\bar{u}_a\gamma^{\mu+}(1-\gamma^5)u_c$$

Para ello debe utilizarse la forma de los operadores (representación de Dirac-Pauli):  $C = i\gamma^2\gamma^0$  y  $P = \gamma^0$ , así como la expresión de los espinores conjugados de carga:  $u_C = C\bar{u}^T$  y  $\bar{u}_C = -u^TC^{-1}$ . Téngase en cuenta también que  $\gamma^{\mu+} = g^{0\mu}\gamma^\mu$ .

Nótese que la amplitud  $\mathcal{M}_{CP}$  sólo difiere de  $\mathcal{M}^+$  (y de  $\mathcal{M}$ ) en una fase, y por tanto la violación CP sólo puede manifestarse en procesos de *interferencia* cuántica, con al menos 2 amplitudes.

## LIBROS DE TEXTO RECOMENDADOS

- 1 David J. Griffiths,  
Introduction to Particle Physics , Pearson, 2010.
- 2 Lisa Randall,  
Higgs Discovery : The Power of Empty Space ,  
HarperCollins, 2013.
- 3 A. Ferrer y E. Ros,  
Física de Partículas y Astropartículas , PUV , 2014.
- 4 F. Halzen y A. D. Martin,  
Quarks and Leptons, John Wiley & Sons, 1983.
- 5 G. C. Branco, L. Lavoura, y J.P. Silva  
CP Violation, Oxford , 1999.
- 6 C. Quigg,  
Gauge Theories of Strong, Weak, and Electromagnetic  
Interactions, Frontiers in Physics, 1983.
- 7 Berestetskii, Lifshitz, Pitaevskii  
Teoría Cuántica Relativista (Parte I), Reverté, 1971.
- 8 J. D. Bjorken and S. D. Drell  
Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill, 1964.