

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



FACULTADE DE FÍSICA

Departamento de Física de Partículas

Fisión de  $^{234,235,238}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$  y  $^{\text{nat}}\text{Pb}$  a energías  
por debajo del GeV

Memoria presentada por:  
**Diego Tarrío Vilas** como  
**Trabajo de Investigación Tutelado**  
dentro del **Programa de Doctorado**  
**Interuniversitario en Física Nuclear**  
Julio 2008



## UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

El Profesor Ignacio Durán Escribano, Catedrático de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Santiago de Compostela,

### INFORMA:

que la memoria titulada **Fisión de  $^{234,235,238}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$  y  $^{\text{nat}}\text{Pb}$  a energías por debajo del GeV** ha sido realizada por **Diego Tarrío Vilas** bajo su dirección en el **Departamento de Física de Partículas de esta Universidad**, y constituye el **Trabajo de Investigación Tutelado** que presenta dentro del **Programa de Doctorado Interuniversitario en Física Nuclear**.

Santiago de Compostela, 11 de julio de 2008.

Fdo. Ignacio Durán Escribano

Fdo. Diego Tarrío Vilas



# Agradecimientos

El presente trabajo ha sido realizado en el GENP (Grupo Experimental de Núcleos y Partículas) de la Universidad de Santiago de Compostela, dentro de la colaboración internacional CERN-n\_TOF a la que pertenece dicho grupo. Durante su realización, he contado con el apoyo de una Beca de Cooperación de esta universidad asociada al proyecto de investigación EURISOL DS (EUROpean Isotope Separation On-Line radioactive ion Beam Facility) 515768.



# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Dispositivo experimental</b>	<b>5</b>
1.1. La instalación n_TOF . . . . .	5
1.2. Descripción del haz de neutrones de n_TOF . . . . .	6
1.3. Detección de las reacciones de fisión . . . . .	8
1.3.1. Funcionamiento de las PPAC . . . . .	8
1.3.2. Configuración experimental . . . . .	9
1.4. Blancos estudiados . . . . .	9
<b>2. Obtención de secciones eficaces</b>	<b>11</b>
2.1. Fundamentos de la obtención de secciones eficaces . . . . .	11
2.2. Obtención de las tasas de fisión . . . . .	13
2.3. Procedimiento de extracción del fondo . . . . .	13
2.4. Factor de normalización . . . . .	14
<b>3. Cocientes de tasas de fisión</b>	<b>17</b>
3.1. Tasas de fisión . . . . .	17
3.2. Cálculo de la normalización . . . . .	20
3.3. Cocientes de tasas de fisión . . . . .	22
<b>4. Secciones eficaces</b>	<b>29</b>
4.1. Secciones eficaces de referencia . . . . .	29
4.2. Resultados de secciones eficaces . . . . .	31
4.3. Comparación con fisión inducida por protones y por fotones . . .	35
<b>Conclusiones</b>	<b>39</b>



# Introducción

El estudio de las secciones eficaces de reacciones de fisión inducida por neutrones presenta un gran interés, tanto para la Física Nuclear fundamental, como para sus aplicaciones. En el primer caso, el conocimiento de dichas reacciones compone la base sobre la que desarrollar nuevos modelos teóricos acerca de la estructura y la dinámica nucleares, así como para validar los ya existentes, permitiendo, a su vez, una mejor comprensión de los procesos de nucleosíntesis estelar, de gran interés en el campo de la Astrofísica. En el caso de las aplicaciones, cabe destacar dos temas de gran importancia en la actualidad: el estudio de los procesos de espalación como fuentes de neutrones, y el estudio de la dinámica de las reacciones nucleares en los reactores llamados rápidos.

A pesar de que han pasado muchos años desde el descubrimiento de la fisión, todavía no existe una teoría adecuada que describa dicho proceso en un amplio rango de energías del proyectil incidente, por lo que la medida de la dependencia de la sección eficaz de fisión con la energía del proyectil podría arrojar luz sobre los mecanismos de interacción del nucleón con el núcleo.

Hoy en día se dedica un importante esfuerzo a buscar mecanismos que permitan reducir los actínidos transuránicos (Pu, Am, Cm) de los residuos radiactivos, minimizando su radiotoxicidad y los problemas de almacenamiento de éstos. Una de las metas propuestas es la optimización de los procesos de separación y transmutación de los actínidos y de los productos de fisión de vida media larga desarrollando dispositivos específicos, tales como los reactores ADS (Accelerator Driven Systems). Esta tecnología podría reducir de forma importante la radiotoxicidad de los residuos nucleares de vida media larga. En efecto, los isótopos de plutonio, neptunio, americio y curio pueden fisionarse si se irradian con neutrones con energías por encima de sus respectivos umbrales de fisión, que suelen estar en torno a  $100 \text{ keV} - 1 \text{ MeV}$ , destruyendo el isótopo original del actínido y produciendo una variedad de productos de fisión de vida media mucho más corta. Sin embargo, para desarrollar este tipo de reactores nucleares, es necesario introducir en los programas de cálculo de la dinámica nuclear, valores precisos de las secciones eficaces de todas las reacciones inducidas por neutrones en un amplio rango de energías.

Con la idea de avanzar en el estudio del comportamiento de los isótopos de mayor interés, se ha construido la instalación n-TOF (Neutron Time-Of-Flight)

en el CERN (Fig. 1), cuyo objetivo es la realización, de forma sistemática, de medidas precisas de secciones eficaces de captura radiativa y de fisión, inducidas por neutrones con una energía de hasta  $1\text{ GeV}$ , extendiendo las posibilidades más allá de los límites de otras instalaciones que ya existían [1]. Cuando dicha instalación se puso en marcha (en el año 2002), el conocimiento de las secciones eficaces de este tipo de reacciones se reducía a unos pocos isótopos, estables en su mayoría, y en un rango de energías que no sobrepasaban el orden de las decenas de  $\text{MeV}$ . Para aquellos núcleos de interés que no se habían medido, las secciones eficaces se habían estimado a partir de modelos teóricos de reacciones nucleares y utilizando parámetros procedentes de las medidas disponibles para otros núcleos. Las medidas realizadas sirven también, por tanto, para verificar y, en su caso, corregir dichos modelos teóricos.

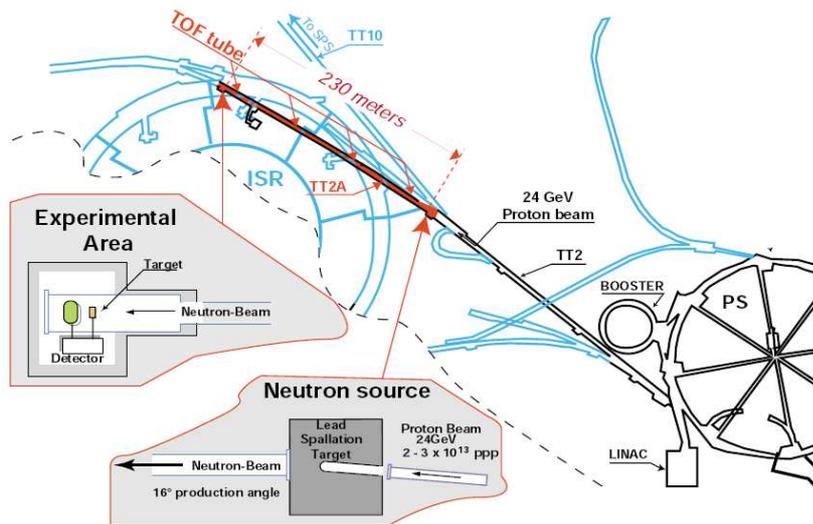


Figura 1: Vista general de n\_TOF en el CERN.

## Motivación

En este trabajo se hace una ampliación del análisis realizado con los datos obtenidos en n\_TOF, de la sección eficaz de fisión inducida por neutrones del  $^{234}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$  y  $^{nat}\text{Pb}$ , relativas a los núcleos de referencia  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ .

Nos centraremos aquí en la región de energía comprendida entre  $1\text{ MeV}$  y  $1\text{ GeV}$ , dando especial importancia a las energías mayores de  $100\text{ MeV}$ , ya que ésta es una zona en la que no existen demasiados datos experimentales con neutrones, pues se encuentra por encima de la región que, tradicionalmente, se

ha llamado “energías intermedias” ( $< 100 \text{ MeV}$ ), y por debajo de la zona de “altas energías” ( $> 1 \text{ GeV}$ ) donde el uso de aceleradores, tanto en cinemática directa como en cinemática inversa, permite realizar experimentos con protones que superen esa energía.

## Esquema de la memoria

Este trabajo se estructura de la siguiente forma:

- En el primer capítulo se describe la instalación n\_TOF, donde se ha llevado a cabo el experimento cuyos datos analizaremos aquí. Además, se hace una breve descripción de los detectores utilizados (PPAC) y de su funcionamiento.
- En el segundo capítulo se explica cómo se lleva a cabo el cálculo de la sección eficaz de los núcleos de interés en este experimento.
- En el tercer capítulo se muestran los resultados obtenidos para los cocientes de las secciones eficaces relativas a los núcleos de referencia,  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , y se explican los pasos seguidos para llegar hasta ellos. Aquí se hace una primera comparación con los datos obtenidos por otros autores.
- En el cuarto capítulo se exponen los valores calculados para las secciones eficaces de fisión inducida por neutrones para los blancos que hemos estudiado, y se comparan con los resultados obtenidos por otros autores para fisiones inducidas por neutrones, protones y fotones.
- Finalmente, se resumen las conclusiones derivadas del presente trabajo.



# Capítulo 1

## Dispositivo experimental

A pesar de que vamos a hacer una comparación entre los resultados obtenidos en diferentes experimentos realizados en distintos laboratorios, vamos a prestar una especial atención a la instalación n\_TOF, ya que los datos medidos ahí han sido objeto de un análisis por nuestra parte.

### 1.1. La instalación n\_TOF

La instalación n\_TOF del CERN proporciona un haz de neutrones muy intenso en un amplio rango de energías, que se extiende desde  $0,02 \text{ eV}$  hasta  $1 \text{ GeV}$ . La distancia existente entre el blanco de producción de neutrones y la sala experimental es de unos  $185 \text{ m}$ , lo que permite que, utilizando técnicas de tiempo de vuelo (TOF), se pueda conocer la energía de los neutrones del haz con una gran precisión (menor del 1% para  $E_n < 10^6 \text{ eV}$ ) [2].

El haz de neutrones se genera mediante las reacciones de espalación producidas por un haz de protones sobre un blanco de plomo [3, 4]. Para ello se emplea un haz de protones de  $20 \text{ GeV}/c$ , cuya intensidad máxima es de  $7 \cdot 10^{12} \text{ ppp}$  (protones por pulso), procedente del Proton Synchrotron (PS) del CERN. Estos protones inciden sobre un bloque de plomo de  $80 \times 80 \times 40 \text{ cm}^3$ , y producen del orden de  $2 \cdot 10^{15}$  neutrones en cada pulso. Este blanco de espalación se encuentra sumergido en un contenedor lleno de agua que actúa como refrigerador del blanco, y como moderador de energía de los neutrones, lo que da lugar a un espectro plano en el rango comprendido entre  $1 \text{ eV}$  y  $10 \text{ keV}$ . La corta duración del pulso de protones del PS ( $6 - 7 \text{ ns}$ ) es la que permite que el tiempo de vuelo de los neutrones pueda conocerse con gran precisión.

Es posible tener hasta seis pulsos por cada superciclo del PS (de unos  $16,8 \text{ s}$ ), aunque este parámetro se limita a cinco pulsos debido a razones de seguridad sobre el nivel de radiación alcanzado en la zona del blanco de espalación y de la capacidad de disipación de energía de éste.

Los neutrones así producidos presentan una energía comprendida entre  $0,02 \text{ eV}$  y  $1 \text{ GeV}$ , y viajan a lo largo de un tubo en el que se ha hecho el vacío y que conduce al área experimental, a unos  $185 \text{ m}$  del blanco. En dicho tubo (Fig. 1.1) se encuentran dos colimadores: el primero, situado a  $136,7 \text{ m}$  del blanco, está hecho de hierro y hormigón y tiene un diámetro interior de  $11 \text{ cm}$ ; el segundo, situado a  $178 \text{ m}$ , de hierro y polietileno, define un diámetro para el haz que es distinto según el tipo de experimento que se realice:  $1,8 \text{ cm}$  para los experimentos de captura y  $8 \text{ cm}$  para las medidas de fisión.

Después del primer colimador, hay un dipolo magnético de  $2 \text{ m}$  de longitud que elimina las partículas cargadas del haz, y un blindaje de hierro que reduce el fondo de muones.

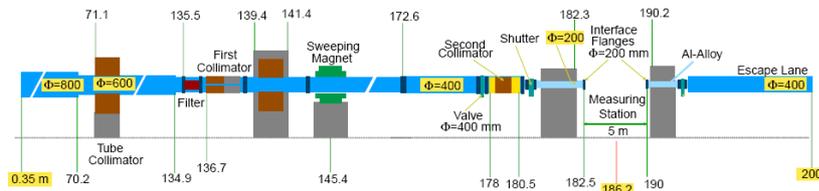


Figura 1.1: Esquema del tubo de  $n\_TOF$ .

La sala experimental se encuentra después del segundo colimador, a una distancia de  $182,5 \text{ m}$  del blanco de espalación, y se extiende hasta los  $190 \text{ m}$ . El tubo accede a ella atravesando un muro de hormigón que actúa como blindaje, y su sección se reduce hasta un diámetro de  $20 \text{ cm}$ . Dentro de la sala experimental se sitúan los blancos de los núcleos a estudiar y los detectores correspondientes.

Para minimizar la retrodispersión, el tubo sigue unos  $8 \text{ m}$  más allá del área experimental, por la llamada “Escape Line” (de  $40 \text{ cm}$  de diámetro) al final de la cual se encuentra un bloque de polietileno recubierto con hojas de cadmio que captura los neutrones que llegan hasta él. Tres contadores gaseosos de  $BF_3$  (trifluoruro de boro) colocados en su interior monitorizan el haz pulso a pulso [5, 6].

En el blanco de espalación, junto con los neutrones, también se produce una gran cantidad de fotones y de muones de alta energía. Parte de estas partículas no se pueden eliminar [7, 8] y llegan hasta la sala experimental antes que el pulso de neutrones. Esto se conoce con el nombre de  $\gamma$ -flash y se usa para determinar con precisión el instante de salida del pulso de neutrones del blanco de espalación.

## 1.2. Descripción del haz de neutrones de $n\_TOF$

Para la caracterización del flujo de neutrones producido en  $n\_TOF$  se han empleado distintos métodos, cada uno de ellos orientado a un determinado rango

de energías. En primer lugar, se han hecho simulaciones por Monte-Carlo que intentan reproducir los mecanismos de espalación producidos en el blanco de plomo [9, 10]. Aunque estas simulaciones reproducen bastante bien la forma del flujo obtenida por métodos experimentales, existen diferencias cuantitativas notables entre ambos resultados, como puede verse en la Fig. 1.2.

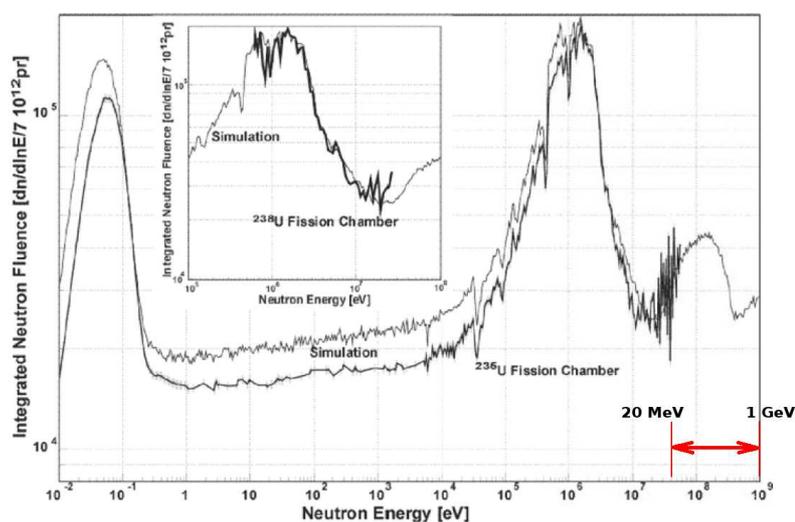


Figura 1.2: Flujo de neutrones de n\_TOF medido a partir de la fisión del <sup>235</sup>U y del <sup>238</sup>U, comparado con el resultado de las simulaciones [9].

En los experimentos de fisión, la caracterización del flujo de neutrones se realiza a partir de los resultados obtenidos con núcleos patrón. Por ese motivo, en el experimento donde se han obtenido los datos que usaremos en el presente trabajo, siempre se ha medido la fisión de los núcleos <sup>235</sup>U y <sup>238</sup>U a la vez que la de los núcleos a estudiar, lo que permite obtener un valor fiable del flujo de neutrones en el rango de energías de 0,15 – 200 MeV para el <sup>235</sup>U, y entre 1 – 20 MeV para el <sup>238</sup>U. Más allá de estas energías debemos conformarnos con poseer un conocimiento aproximado basado en la extrapolación de las medidas experimentales, combinado con los resultados de las simulaciones, que coinciden en mostrar una forma suave para el flujo. Para obtener una medida independiente del flujo de neutrones se ha propuesto la instalación de un monitor que cubra la región comprendida entre 20 MeV y 1 GeV [11].

### 1.3. Detección de las reacciones de fisión

#### 1.3.1. Funcionamiento de las PPAC

Para detectar los fragmentos de fisión se han usado los detectores gaseosos PPAC (Parallel Plate Avalanche Chamber). Una de las principales ventajas de estos detectores es que presentan una respuesta temporal muy rápida. Además, no son sensibles a la radiación gamma ni a los neutrones, mientras que presentan una eficiencia cercana al 100 % para la detección de partículas cargadas pesadas.

Una PPAC está formada por dos láminas metálicas paralelas, separadas entre sí unos pocos milímetros y en cuyo interior se encuentra un gas a baja presión (entre 1 y 20 *mbar*). La pequeña anchura del gap nos asegura un valor alto del campo eléctrico, típicamente de  $300 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{mbar})$ , y una buena resolución temporal. La partícula a detectar incide perpendicularmente a las láminas paralelas y produce una ionización en el gas. El punto donde se produce la ionización primaria se determina mediante las señales inducidas en los cátodos segmentados.

Las PPAC utilizadas en n\_TOF fueron construidas en el IPN-Orsay (Francia) y miden  $20 \times 20 \text{ cm}^2$  [12]. El ánodo es una lámina de Mylar aluminizado de  $1,5 \mu\text{m}$ , y los cátodos, situados a ambos lados del ánodo, también están hechos de láminas de Mylar revestidos con pistas de aluminio cada 2 *mm*. Las pistas de los dos cátodos están colocadas perpendicularmente, de forma que se pueda conocer la posición del impacto del fragmento de fisión en el plano *xy*.

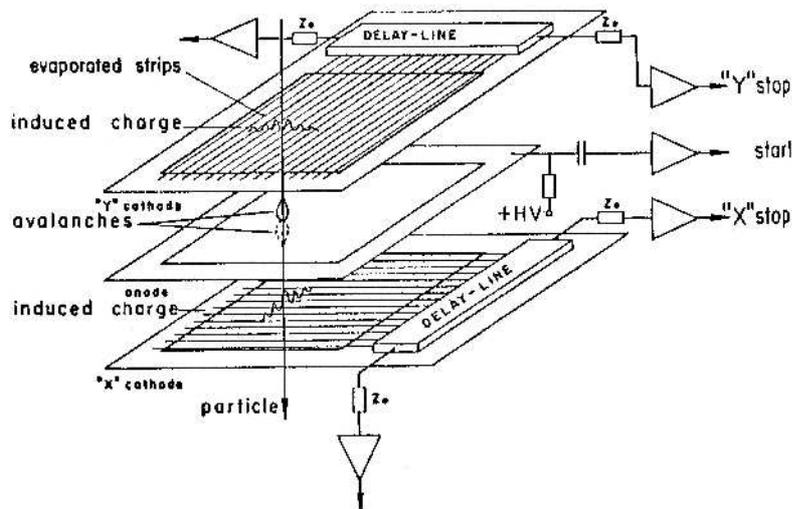


Figura 1.3: Vista esquemática de una PPAC.

### 1.3.2. Configuración experimental

Para la realización del experimento, se colocaron diez detectores (PPAC) consecutivos y, entre cada dos de ellos, una muestra del material fisible a estudiar, como se indica en la Fig. 1.4. Como se puede ver en dicha figura, el haz de neutrones incide desde uno de los extremos y atraviesa todo el dispositivo. La atenuación del haz de neutrones en todo el sistema es menor del 1%, por lo que no es necesario aplicar ninguna corrección sobre el flujo de neutrones que llega a cada uno de los blancos [13].

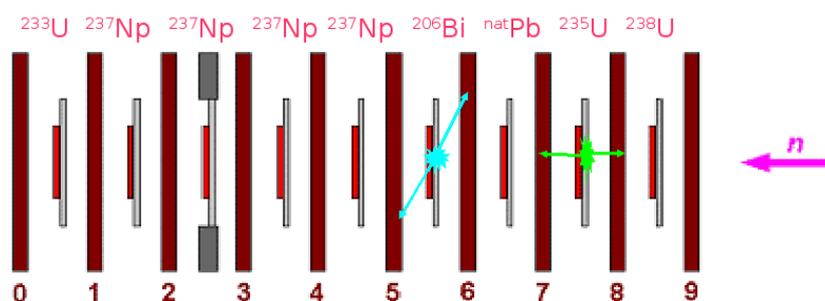


Figura 1.4: Vista esquemática de uno de los setups utilizados en  $n$ -TOF. Los blancos se numeran correlativamente del 0 al 8 según la PPAC a la que están enfrentados (numeradas del 0 al 9).

La identificación de los sucesos de fisión se basa en la detección de los dos fragmentos procedentes de la misma fisión. Para ello, se seleccionan los pares de señales producidas en dos PPAC consecutivas dentro de una cierta ventana temporal, como se representa en la Fig. 1.4. A pesar de que la idea es sencilla, el proceso real para identificar las fisiones es mucho más complejo, ya que se han colocado nueve blancos intercalados entre diez detectores. Esto hace que cada PPAC esté colocada entre dos blancos y, por tanto, detecte los fragmentos de fisión procedentes de dos blancos distintos. Además, existe la posibilidad de que los fragmentos puedan atravesar más de una PPAC. El estudio de todos los posibles casos ya ha sido llevado a cabo con anterioridad [14] y no vamos a profundizar más en dicho tema.

## 1.4. Blancos estudiados

En la campaña llevada a cabo en  $n$ -TOF en el año 2003 se han medido diferentes blancos en distintos montajes (“setups”), según se indica en la Tabla 1.1. En este trabajo, vamos a estudiar el  $^{234}\text{U}$  (del que hay dos blancos) en el setup 1; y en el setup 2, el  $^{237}\text{Np}$  (cuatro blancos) y el  $^{\text{nat}}\text{Pb}$  (un único blanco). En todos los casos se dispone de dos blancos de referencia:  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$  que son

los mismos en ambos setups.

<i>Setup 1</i>		<i>Setup 2</i>	
<i>Blanco n°</i>	<i>Núcleo</i>	<i>Blanco n°</i>	<i>Núcleo</i>
0	$^{234}\text{U}$	0	–
1	$^{234}\text{U}$	1	$^{237}\text{Np}$
2	$^{232}\text{Th}$	2	$^{237}\text{Np}$
3	$^{232}\text{Th}$	3	$^{237}\text{Np}$
4	$^{232}\text{Th}$	4	$^{237}\text{Np}$
5	$^{232}\text{Th}$	5	$^{209}\text{Bi}$
6	$^{232}\text{Th}$	6	<i>nat Pb</i>
7	$^{235}\text{U}$	7	$^{235}\text{U}$
8	$^{238}\text{U}$	8	$^{238}\text{U}$

*Tabla 1.1: Blancos incluidos en cada uno de los dos setups.*

## Capítulo 2

# Obtención de secciones eficaces

Como ya hemos mencionado, vamos a estudiar la fisión del  $^{234}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$  y  $^{nat}\text{Pb}$ . Prestaremos una especial atención a los datos obtenidos en n-TOF con neutrones por debajo del GeV, pero también los compararemos con resultados obtenidos por otros autores con neutrones, protones y fotones en el mismo rango energético.

Para obtener los resultados de n-TOF utilizaremos los datos obtenidos en la campaña de medidas del año 2003, una vez que ya se han analizado y buscado las coincidencias candidatas a ser señales de fisión. Dicha tarea ha sido llevado a cabo en colaboración entre el IPN-Orsay y la USC, y los resultados han sido parcialmente publicados en las tesis de L. Ferrant [13] y C. Paradela [14]. La novedad que presenta este trabajo frente a los anteriores en lo que respecta al análisis, es que aquí vamos a hacer una estimación del fondo debido a las coincidencias accidentales (más probables a mayor energía), así como la inclusión de los datos referidos al  $^{nat}\text{Pb}$ , que no habían sido revisados hasta la fecha.

### 2.1. Fundamentos de la obtención de secciones eficaces

En el presente análisis, partimos de unos datos a los que ya se les había aplicado un primer análisis para seleccionar únicamente las coincidencias en los ánodos de dos PPAC consecutivas. Estos sucesos así obtenidos como candidatos a ser fisiones, nos van a proporcionar lo que llamaremos “tasas de sucesos brutos”.

Las variables que utilizaremos para cada uno de los blancos son: las amplitudes de las señales de los ánodos de los dos detectores entre los que se encuentra dicho blanco, la diferencia de tiempos entre esas dos señales, y la energía del

neutrón incidente, medida por su tiempo de vuelo. Tanto las amplitudes como los tiempos llevan una etiqueta numérica: 0 o 1, correspondiendo el 0 a la PPAC directamente enfrentada al blanco, y el 1 a aquella que se encuentra frente al “backing”, sobre el que está depositada la muestra. Los blancos se numeran desde el 0 hasta el 8 de izquierda a derecha, según se ha mostrado en la Fig. 1.4 y en la Tabla 1.1.

Para cada uno de los blancos  $y$ , utilizando la tasa de sucesos disponible, estudiaremos la correlación existente entre las distintas variables para eliminar aquellas coincidencias entre señales de PPAC consecutivas que no se correspondan con fisiones. Los datos así filtrados constituirán la llamada “tasa de fisión”.

La tasa de fisiones medida para un cierto blanco  $i$ , en función de la energía del neutrón incidente, es:

$$T_i(E) = \phi(E) \cdot \sigma_i(E) \cdot n_i \cdot \epsilon_i(E) \quad (2.1)$$

donde:

$\phi(E)$  es el flujo de neutrones (número de neutrones que inciden en la muestra por unidad de tiempo)

$\sigma_i(E)$  es la sección eficaz de fisión

$n_i$  es el número de núcleos en la muestra expuestos al haz de neutrones

$\epsilon_i(E)$  es la eficiencia de detección de los fragmentos de fisión.

Dado que siempre disponemos de varios blancos, podemos calcular la relación entre las tasas de fisión de dos de ellos, ya que el tiempo de medida es igual para todos los blancos de un mismo setup:

$$\frac{T_i(E)}{T_j(E)} = \frac{\phi(E) \cdot \sigma_i(E) \cdot n_i \cdot \epsilon_i(E)}{\phi(E) \cdot \sigma_j(E) \cdot n_j \cdot \epsilon_j(E)} \quad (2.2)$$

Recordemos que la atenuación del haz a través de todo el sistema es menor del 1%, por lo que podemos suponer que el flujo que incide sobre todos los blancos es el mismo [13], con lo que la expresión anterior se convierte en:

$$\frac{T_i(E)}{T_j(E)} = \frac{\sigma_i(E) \cdot n_i \cdot \epsilon_i(E)}{\sigma_j(E) \cdot n_j \cdot \epsilon_j(E)} \quad (2.3)$$

Obtenemos así un cociente entre las tasas de fisión que es directamente proporcional al cociente entre las secciones eficaces de fisión de ambos núcleos, e independiente del flujo de neutrones, lo cual es muy importante puesto que, como ya hemos mencionado antes, no podemos conocer su valor de forma absoluta en todo el rango de energías.

La eficiencia de detección  $\epsilon_i(E)$  depende del ángulo de salida de los fragmentos de fisión. Por lo tanto, si la distribución angular de estos fragmentos no es la misma para todos los núcleos (como ocurre realmente), las eficiencias

no se cancelan al hacer el cociente, sino que presentan una cierta dependencia con la energía. En consecuencia, el estudio de este término debería incluir un análisis de la distribución angular de los fragmentos de fisión de los distintos blancos a estudiar. Por otra parte, si la masa de los blancos no está uniformemente distribuida, la pérdida de energía de los fragmentos no es uniforme, y la eficiencia es menor donde el espesor es mayor. Sin embargo, en el presente trabajo no disponemos de ninguna información acerca de la trayectoria seguida por dichos fragmentos y, por tanto, de su ángulo de salida. Así que, supondremos, en primera aproximación, que el cociente entre las eficiencias es una constante.

De esta forma, si tomamos la sección eficaz evaluada de uno de los núcleos como referencia, podremos calcular la sección eficaz del otro núcleo a partir de la medida de los cocientes de las tasas de fisión:

$$\sigma_i(E) = \frac{T_i(E)}{T_j(E)} \cdot \left( \frac{n_j \cdot \epsilon_j(E)}{n_i \cdot \epsilon_i(E)} \right) \cdot \sigma_j(E) \quad (2.4)$$

donde  $\sigma_j(E)$  es la sección eficaz conocida del núcleo de referencia. En nuestro caso,  $^{235}\text{U}$  o  $^{238}\text{U}$ .

## 2.2. Obtención de las tasas de fisión

Para calcular las tasas de fisión  $T_i(E)$  de los distintos núcleos, partimos de las tasas de sucesos brutos indicadas antes (en las que ya se han seleccionado las coincidencias candidatas a ser sucesos de fisión) y seleccionaremos una serie de contornos gráficos en diferentes histogramas bidimensionales construidos a partir de nuestras variables (amplitudes de las señales de los ánodos de las PPAC, diferencia temporal entre estas señales, y energía del neutrón incidente), eliminando así aquellos sucesos que aparezcan descorrelacionados y, por tanto, no correspondan a fisiones. Los sucesos que estén incluidos en el interior de todos los contornos será lo que llamaremos la “tasa de fisión”.

Este procedimiento es posible debido a que los fragmentos de fisión presentan distribuciones continuas en masa y en ángulo de salida, lo que da lugar a agrupaciones de los sucesos de fisión cuando se representan en histogramas bidimensionales. Esto favorece el uso de cortes gráficos en lugar de imponer umbrales constantes para las diferentes variables.

## 2.3. Procedimiento de extracción del fondo

Dentro de esos sucesos así seleccionados existe un cierto número de ellos que corresponden a coincidencias accidentales entre las señales de dos detectores consecutivos, que no se corresponden con las señales producidas por los dos fragmentos de una fisión. Las posibilidades son múltiples: coincidencia entre un fragmento de fisión y una partícula  $\alpha$  emitida espontáneamente por el blanco, coincidencia entre dos de éstas, o incluso coincidencia entre fragmentos de fisión

procedentes de dos fisiones diferentes y que, por lo tanto, aunque están correlacionadas en tiempos, no lo estarán en amplitudes. La probabilidad de tener este tipo de señales (que, en adelante, llamaremos “fondo”) aumenta con la energía del neutrón incidente, ya que la búsqueda de coincidencias se hace dentro de una ventana temporal de anchura constante, lo que corresponde con una ventana de energía cada vez más ancha, debido a la relación entre energía y tiempo.

Utilizando los mismos cortes gráficos descritos en el apartado anterior obtendremos el espectro energético del fondo a partir de los sucesos que hayan sido descartados por todos los cortes. Con esta elección pretendemos ser restrictivos tanto en la elección de los sucesos válidos de fisión, como en la de aquellos que componen el fondo de coincidencias accidentales, evitando así asociar al fondo aquellos sucesos ambiguos que hayan incumplido sólo alguna de las condiciones para ser considerados fisiones.

Debido a que una fracción del fondo tiene su origen en la búsqueda de señales en coincidencia, el número de sucesos será dependiente del número de fisiones reales y, por tanto, del flujo de neutrones, por una parte, y de la sección eficaz de fisión de cada núcleo, por otra. Por este motivo, su efecto no se cancelará al hacer el cociente entre las tasas de fisión de distintos blancos, si bien asumiremos que es una constante que será incluida en el procedimiento de normalización explicado en la siguiente sección.

## 2.4. Factor de normalización

Como ya hemos comentado antes, nuestro principal objetivo es obtener los cocientes de las secciones eficaces de fisión. Puesto que tenemos dos núcleos que usamos como referencia:  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , calcularemos los cocientes de las tasas de fisión relativas a las obtenidas para estos dos isótopos. Si recordamos la Ec. 2.3, vemos que el cociente entre las tasas de fisión de dos blancos es, directamente, el cociente entre sus secciones eficaces, salvo un factor que da cuenta del diferente número de átomos presente en los blancos, y de la relación entre las eficiencias de detección:

$$\frac{n_i \cdot \epsilon_i(E)}{n_j \cdot \epsilon_j(E)} \quad (2.5)$$

Tal y como ya hemos comentado antes, supondremos que este factor es constante con la energía, al no poder deducir ninguna dependencia en la distribución angular de los fragmentos de fisión.

Evidentemente, este factor es igual a:

$$\frac{\phi(E) \cdot n_i \cdot \epsilon_i(E)}{\phi(E) \cdot n_j \cdot \epsilon_j(E)} \quad (2.6)$$

Por lo que para normalizar el valor de las tasas de fisión de cada uno de los blancos, necesitamos conocer el cociente  $n_i/n_j$ . Así pues, definimos, para cada uno de ellos, una constante que llamaremos *factor de masa*, tal que:

$$\frac{T_i(E)}{(\text{factor masa})_i} = \sigma_i(E) \quad (2.7)$$

que, de acuerdo con 2.1, en un rango de energía, equivale a:

$$(\text{factor masa})_i = \int_{E_1}^{E_2} \phi(E) \cdot n_i \cdot \epsilon_i(E) \cdot dE \quad (2.8)$$

Nótese que este factor incluye, a través del flujo, la duración del tiempo de medida, que es igual para todos los blancos de un mismo setup, pero distinto de un setup a otro.

Por otra parte, el número de núcleos presente en una muestra es:

$$n = \frac{m \cdot N_A}{A} \quad (2.9)$$

donde:

$m$  es la masa del blanco  
 $N_A$  es el número de Avogadro  
 $A$  es el peso atómico.

Por lo tanto, el término 2.5 es directamente proporcional al cociente entre las masas de los blancos:

$$\frac{n_i \epsilon_i(E)}{n_j \epsilon_j(E)} \propto \frac{n_i}{n_j} = \frac{m_i/A_i}{m_j/A_j} \quad (2.10)$$

De forma que la relación entre estos *factores de masa* así definidos, tendría que ser igual a la relación entre las masas reales de los diferentes blancos. El estudio de la correlación entre ambas cantidades nos permitirá estimar el error sistemático cometido.



## Capítulo 3

# Cocientes de tasas de fisión

En el presente capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos en n\_TOF para los cocientes de las tasas de fisión. Para ello se analizan el  $^{234}\text{U}$  (blancos 0 y 1 del setup 1), el  $^{237}\text{Np}$  (blancos 1 a 4 del setup 2) y el  $^{nat}\text{Pb}$  (blanco 6 del setup 2), utilizando los mismos blancos de referencia  $^{235}\text{U}$  (blanco 7) y  $^{238}\text{U}$  (blanco 8) en ambos setups.

### 3.1. Tasas de fisión

En primer lugar, definimos una serie de cortes gráficos en los histogramas bidimensionales construidos a partir de las variables de las que disponemos: las amplitudes de las señales en los ánodos de las PPAC, y la diferencia de tiempos entre ellas. En cada uno de estos histogramas definimos un contorno que elimine los sucesos no correlacionados y que, por tanto, no correspondan a fisiones. Los sucesos en el interior de dicho contorno se vuelven a representar frente a otras variables y se construye un nuevo contorno. Este proceso se repite hasta completar un total de cinco histogramas bidimensionales diferentes, que serán: amp0+amp1 vs. t0-t1; amp0-amp1 vs. t0-t1; amp1 vs. t0-t1; amp0 vs. t0-t1; y amp1 vs. amp0, donde amp0 y amp1 son las amplitudes de las señales de los ánodos de las PPAC que rodean al blanco, y t0-t1 es la diferencia de tiempos entre estas señales. En la Fig. 3.1 se muestran, a modo de ejemplo, la secuencia de contornos gráficos definidos para el blanco 0 de  $^{234}\text{U}$ . El mismo procedimiento se repite para todos los blancos a estudiar.

Debido a diferencias en el ajuste de los umbrales de cada uno de los diez detectores utilizados, se hace muy difícil establecer analíticamente estos contornos, por lo que optamos por definirlos de forma gráfica. No obstante, se ha probado la consistencia del método redefiniendo los cortes e intercambiándolos entre distintos blancos, lo que nos ha mostrado que las diferencias estadísticas obtenidas son siempre menores del 2 %.

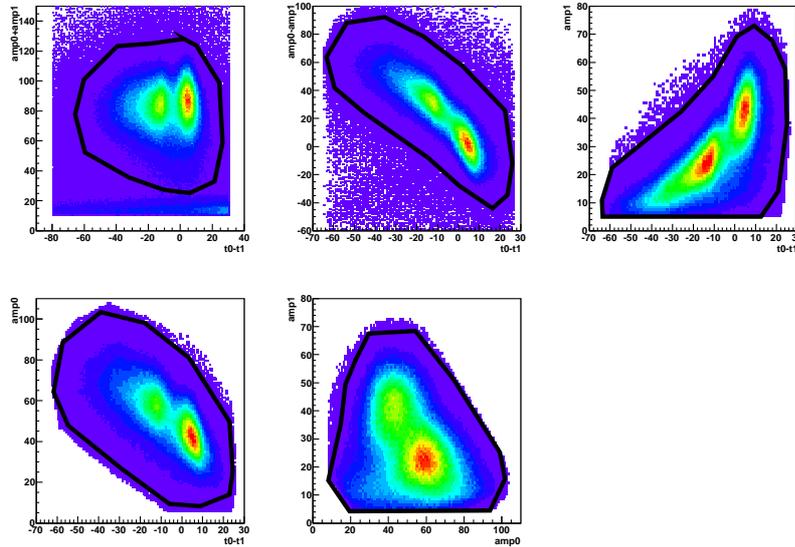


Figura 3.1: Secuencia de contornos gráficos aplicados en los sucesos de  $^{234}\text{U}$  (Blanco 0) para obtener la tasa de fisión.

Como ya hemos explicado en el capítulo anterior, consideramos que son sucesos de fisión aquellos sucesos que quedan contenidos en el interior de todos estos contornos, mientras que definimos la forma del espectro del fondo a partir de aquellos sucesos que se encuentran fuera de todos ellos. En la Fig. 3.2(a) se muestra el espectro en energía de los sucesos de fisión del blanco 0 ( $^{234}\text{U}$ ), mientras que en la Fig. 3.2(b) se puede ver el espectro en energía de los sucesos que componen el fondo, así como un ajuste polinómico a esos valores, donde se observa el crecimiento suave con la energía que habíamos adelantado, modulado por la forma de la tasa de fisiones quien, a su vez, depende del flujo de neutrones. El caso del  $^{235}\text{U}$  (blanco 7, setup 1) se muestra en la Fig. 3.3.

Para obtener el espectro real de fisiones, debemos restar una curva de la forma indicada en la Fig. 3.2(b) a la tasa de fisiones, pesada por un factor. El ajuste de dicho factor se hace mediante comprobaciones cruzadas entre todos los cocientes de las tasas de fisión de los distintos blancos, exigiendo que tengan un comportamiento compatible entre ellos.

Este procedimiento se aplica a todos los blancos a estudiar, esto es: a los dos blancos de  $^{234}\text{U}$ , y a los de  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$  en el setup 1; y a cuatro blancos de  $^{237}\text{Np}$ , al de  $^{nat}\text{Pb}$ , y a los de  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , en el setup 2. Se encuentra que el espectro del fondo presenta una forma muy similar para todos ellos (Fig. 3.4) lo que refuerza la hipótesis de que esos sucesos corresponden a un fondo, y no a fisiones propiamente dichas ya que, en ese caso, la forma debería ser distinta

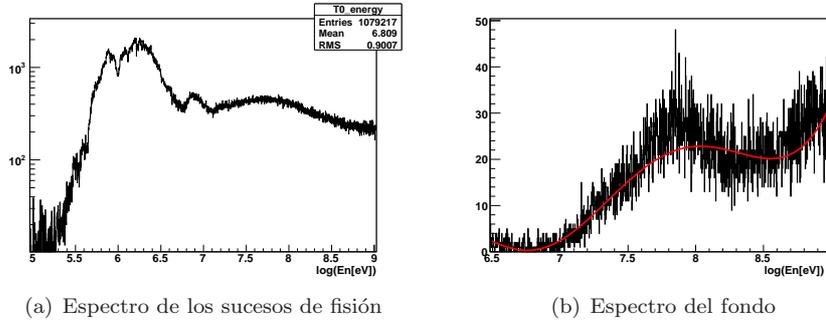


Figura 3.2: Tasas de conteo para el  $^{234}\text{U}$  (Blanco 0, setup 1).

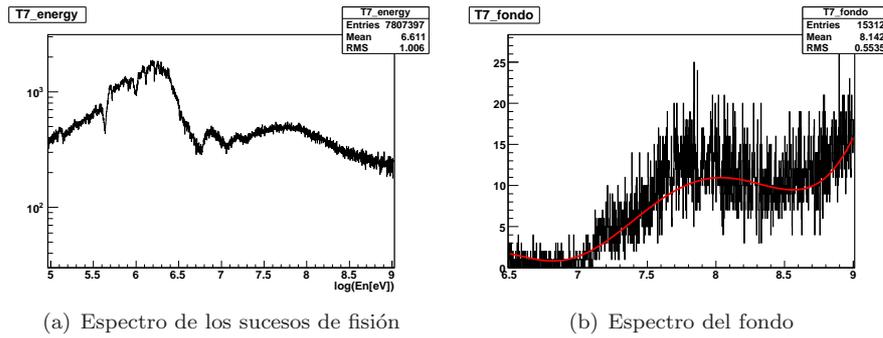


Figura 3.3: Tasas de conteo para el  $^{235}\text{U}$  (Blanco 7, setup 1).

para cada isótopo estudiado. Por simplicidad en la gráfica, se ha optado por representar una única curva para el caso del  $^{237}\text{Np}$ , que corresponde al valor medio de los cuatro blancos, mientras que para el  $^{nat}\text{Pb}$  no ha podido definirse un fondo debido a la baja estadística disponible. Las curvas se han multiplicado por factores arbitrarios para poder comparar más fácilmente la forma de todas ellas. En la misma figura se muestra, además, el promedio de todos los ajustes.

El efecto de la sustracción del fondo es, de todas formas, poco significativo, y sólo afecta a la pendiente de la tasa de fisión a altas energías. En la Fig. 3.5 se muestra el espectro obtenido para el  $^{234}\text{U}$  (blanco 0) antes y después de descontar el fondo.

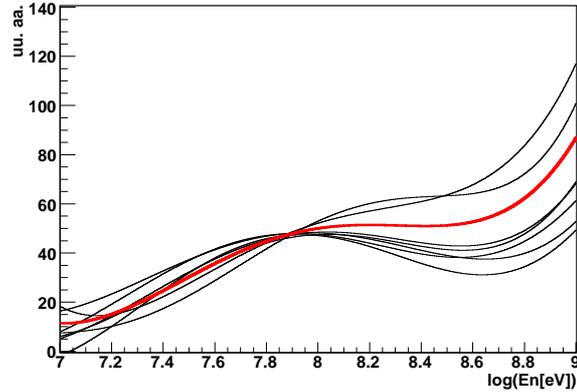


Figura 3.4: Ajuste polinómico del espectro del fondo para cada uno de los blancos estudiados, excepto para el  $^{237}\text{Np}$  donde, por simplicidad, se ha representado el valor medio de los ajustes hechos a las cuatro muestras. El  $^{nat}\text{Pb}$  no se ha representado porque la baja estadística nos impide definir un fondo. La curva más gruesa es el promedio de todos los ajustes.

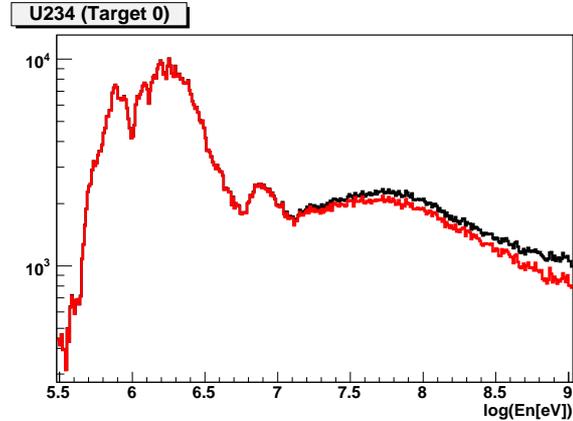


Figura 3.5: Tasa de fisión de  $^{234}\text{U}$  (Blanco 0) antes y después de la sustracción del fondo. Se observa que el efecto de ésta es poco importante, y sólo afecta a la pendiente del espectro en la zona de mayor energía.

### 3.2. Cálculo de la normalización

Como se ha explicado en la Sección 2.4, calculamos una constante de normalización para cada una de las tasas medidas a partir de la expresión 2.7:

$$(\text{factor masa})_i = \int_{E_1}^{E_2} \frac{T_i(E)}{\sigma_i^{\text{eval}}(E)} \cdot dE \quad (3.1)$$

donde  $\sigma_i^{eval}(E)$  corresponde a la sección eficaz de fisión evaluada disponible en ENDF/B-VII.0 [15]. La integral se realizará en el intervalo de energía  $E_n = 2 - 5 \text{ MeV}$  (que equivale a  $\log(E_n[\text{eV}]) = 6,3 - 6,7$ ) donde las secciones eficaces de estos isótopos son bien conocidas, y donde el parámetro de anisotropía<sup>1</sup> es pequeño y muy similar para todos ellos [14].

En la Sección 2.4 vimos que, al suponer una eficiencia constante con la energía, el cociente entre los factores de normalización era proporcional al cociente entre las masas de los blancos:

$$\frac{n_i \epsilon_i(E)}{n_j \epsilon_j(E)} \propto \frac{n_i}{n_j} = \frac{m_i/A_i}{m_j/A_j} \quad (3.2)$$

Setup 1			Setup 2		
Blanco $n^\circ$	Núcleo	Masa (mg)	Blanco $n^\circ$	Núcleo	Masa (mg)
0	$^{234}\text{U}$	13,36	0	–	–
1	$^{234}\text{U}$	13,50	1	$^{237}\text{Np}$	14,21
2	$^{232}\text{Th}$	11,4 – 11,8	2	$^{237}\text{Np}$	15,98
3	$^{232}\text{Th}$	11,63	3	$^{237}\text{Np}$	15,24
4	$^{232}\text{Th}$	10,16	4	$^{237}\text{Np}$	15,90
5	$^{232}\text{Th}$	10,28	5	$^{209}\text{Bi}$	–
6	$^{232}\text{Th}$	10,63	6	$^{nat}\text{Pb}$	–
7	$^{235}\text{U}$	13,71	7	$^{235}\text{U}$	13,71
8	$^{238}\text{U}$	11,86	8	$^{238}\text{U}$	11,86

Tabla 3.1: Masas de cada uno de los blancos.

En la Fig. 3.6 se representa la correlación entre los *factores de masa* así calculados y las masas de los blancos indicadas en la Tabla 3.1. Para poder incluir los datos de ambos setups, en el eje “y”, se han representado los *factores de masa* divididos por el valor del blanco de  $^{235}\text{U}$  correspondiente. A partir de las desviaciones con respecto a la recta de correlación, podremos obtener una estimación de la incertidumbre sistemática cometida en la normalización. La barra indicada en esta gráfica corresponde a la incertidumbre estadística del cociente de los *factores de masa*. En consecuencia, consideraremos que la incertidumbre sistemática introducida por la normalización es  $(3,6 \pm 1) \%$ .

<sup>1</sup>El parámetro de anisotropía se define como  $B = \frac{W(0^\circ)}{W(90^\circ)} - 1$ , donde  $W(\theta)$  representa el número de fragmentos de fisión emitidos en un cierto ángulo medido en centro de masas.

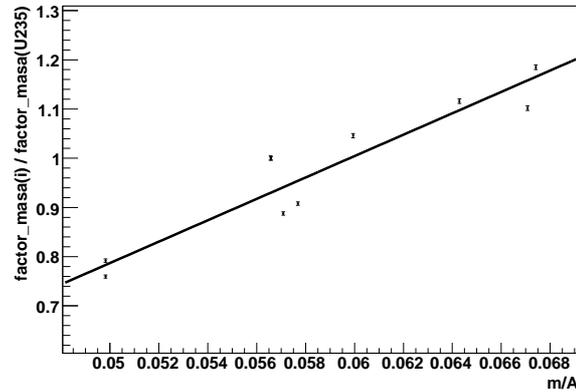


Figura 3.6: Dependencia del factor de masa con la masa del blanco dividida por su número másico. Lo que se desvíe de la recta nos da una estimación de la incertidumbre sistemática introducida en nuestro cálculo, según se explica en el texto, y que es del  $(3,6 \pm 1)\%$ . Los valores representados son relativos a los obtenidos para el  $^{235}\text{U}$  en su mismo setup.

### 3.3. Cocientes de tasas de fisión

Como ya hemos mencionado anteriormente, una de las ventajas de n\_TOF es que nos permite determinar, de forma precisa, la relación entre las secciones eficaces de fisión de dos núcleos, ya que ésta es directamente proporcional al cociente entre sus tasas de fisión, con las correcciones ya mencionadas.

#### Cocientes $^{237}\text{Np}/^{235}\text{U}$ y $^{238}\text{U}/^{237}\text{Np}$

En la Fig. 3.7 se muestran los cocientes entre las tasas de fisión  $^{237}\text{Np}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{237}\text{Np}$  para cada uno de los blancos de  $^{237}\text{Np}$  disponibles, una vez hecha la sustracción del fondo. Se puede ver que todos los blancos ofrecen resultados muy similares y, además, compatibles con la evaluación ENDF/B-VII.0.

En la Fig. 3.8 se muestran los cocientes definitivos calculados a partir de una media ponderada que tiene en cuenta las diferentes masas de los cuatro blancos de  $^{237}\text{Np}$ , después de haber multiplicado por el factor de normalización correspondiente, según se ha explicado en la sección anterior. En la misma figura se muestran los resultados publicados recientemente por Tovesson [16], así como la evaluación ENDF/B-VII.0. Mientras que las barras de la Ref. [16] sólo dan cuenta de la incertidumbre estadística, las de nuestros datos representan las incertidumbres estadísticas y sistemáticas, cuyo total está entre 4% (para una energía en torno a 1–2 MeV) y el 7% (a 1 GeV) en ambos cocientes. Nuestro resultado se ajusta bien a los datos evaluados hasta 20 MeV; en la región entre 10 y 200 MeV existe un buen acuerdo con los resultados de [16].

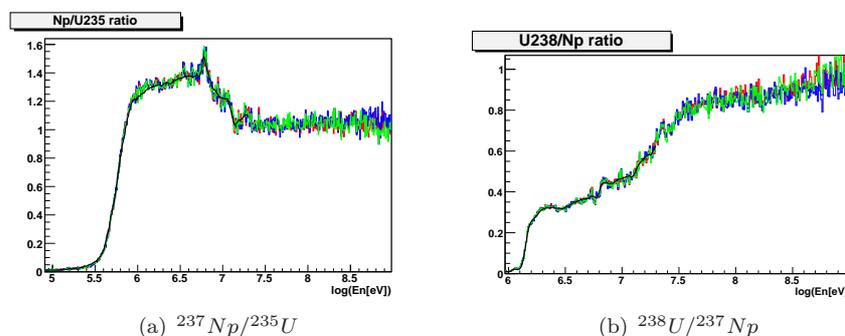


Figura 3.7: Cocientes de tasas de fisión entre el  $^{237}\text{Np}$  y los isótopos de referencia  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , para los distintos blancos, después de la corrección por fondo. La línea negra corresponde a la evaluación ENDF-B/VII.0.

Vemos además que, a altas energías del neutrón incidente, los cocientes son constantes, y aproximadamente iguales a los cocientes de las parametrizaciones hechas por Prokofiev para protones [17]. Esto concuerda con la hipótesis de que, para altas energías del proyectil, la colisión se produce con un único nucleón individual, de forma que la única diferencia existente en la sección eficaz de fisión de dos núcleos distintos es debida al número de nucleones que lo componen. Dado que los núcleos con los que trabajamos aquí tienen un número muy similar de nucleones, ese valor constante es próximo a 1.

#### Cocientes $^{234}\text{U}/^{235}\text{U}$ y $^{238}\text{U}/^{234}\text{U}$

En la Fig. 3.9 se muestran los cocientes entre las tasas de fisión  $^{234}\text{U}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{234}\text{U}$  para cada uno de los dos blancos disponibles de  $^{234}\text{U}$ , una vez hecha la sustracción del fondo. Ambos blancos ofrecen resultados muy similares.

En la Fig. 3.10 se muestran los cocientes definitivos  $^{234}\text{U}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{234}\text{U}$ , calculados a partir de una media ponderada según las diferentes masas de los dos blancos de  $^{234}\text{U}$  y después de haber multiplicado por el factor de normalización correspondiente, tal y como se ha hecho en el caso anterior. Las barras de error dan cuenta de la incertidumbre sistemática y de la incertidumbre estadística. La incertidumbre de nuestros resultados está comprendida entre el 5% para la energía de 1 MeV, y el 7% para 1 GeV en ambos casos. Junto con nuestros resultados, se muestra el cociente dado por la evaluación ENDF/B-VII.0, que sólo alcanza hasta una energía de 30 MeV para el caso del  $^{234}\text{U}$  y con la que existe un buen acuerdo.

#### Cocientes $^{\text{nat}}\text{Pb}/^{235}\text{U}$ y $^{\text{nat}}\text{Pb}/^{238}\text{U}$

Haciendo lo mismo para el blanco de  $^{\text{nat}}\text{Pb}$ , encontramos los valores indicados en la Fig. 3.11 para los cocientes  $^{\text{nat}}\text{Pb}/^{235}\text{U}$  y  $^{\text{nat}}\text{Pb}/^{238}\text{U}$ . Nótese que, al

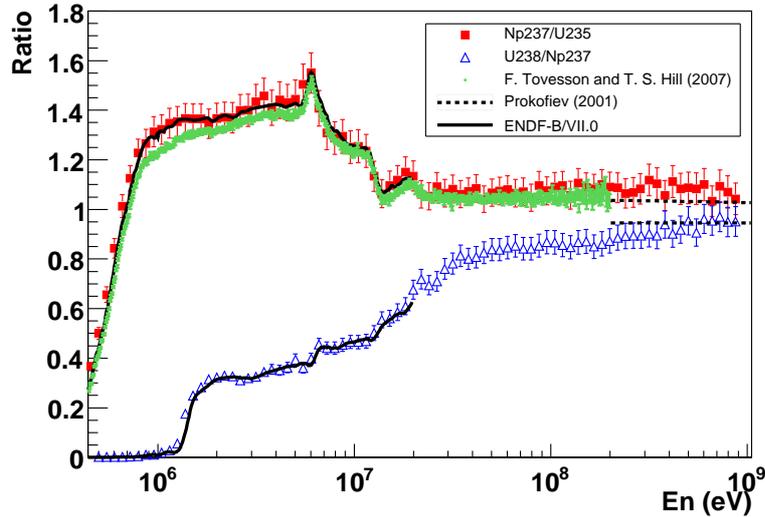


Figura 3.8: Resultados finales de los cocientes  $^{237}\text{Np}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{237}\text{Np}$  obtenidos por nosotros, comparados con los valores de Tovesson et al. [16], y la evaluación ENDF-B/VII.0. Las barras de los datos de [16] representan la incertidumbre estadística, mientras que las de nuestros datos también contabilizan la incertidumbre sistemática. Nótese que, a altas energías, los cocientes son constantes, e iguales a la parametrización de Prokofiev para protones [17].

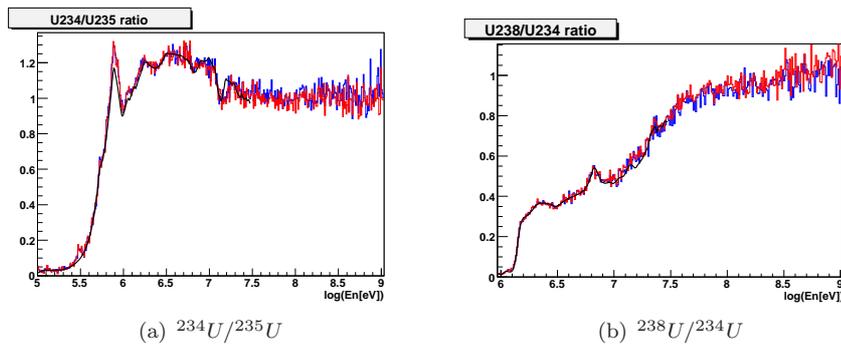


Figura 3.9: Cocientes de tasas de fisión entre cada uno de los dos blancos de  $^{234}\text{U}$  y los isótopos de referencia  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , después de la corrección por fondo. La línea negra corresponde a la evaluación ENDF/B-VII.0.

ser la sección eficaz de fisión del  $^{nat}\text{Pb}$  mucho menor que la de cualquiera de los isótopos de uranio, se han hecho los cocientes poniendo éste en el numerador.

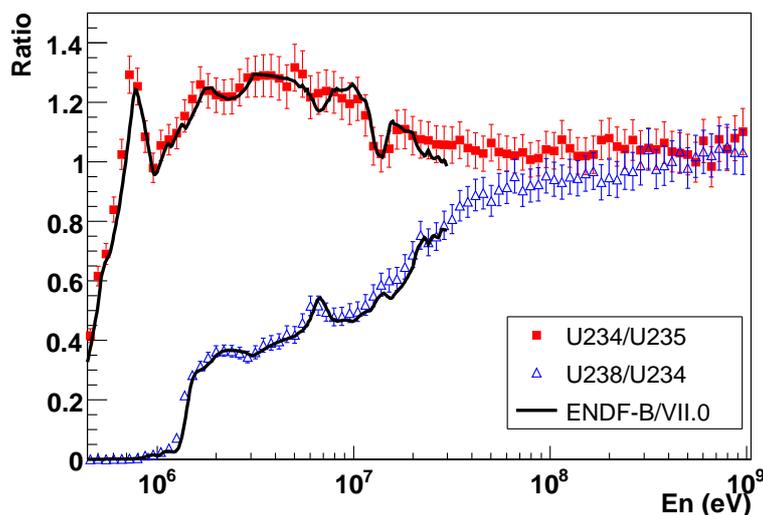


Figura 3.10: Comparación entre los resultados de los cocientes  $^{234}\text{U}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{234}\text{U}$  obtenidos experimentalmente en *n\_TOF* y los evaluados según *ENDF-B/VII.0*. Las barras incluyen la incertidumbre estadística y la estimación de la incertidumbre sistemática.

Esto hace que tengamos una incertidumbre en torno al 15–20 % en todo el rango de energías, bastante mayor que la de los casos anteriores, donde la estadística disponible era mucho mayor. A día de hoy, la sección eficaz de fisión inducida por neutrones en *Pb* no ha sido incluida en ninguna evaluación, debido al reducido número de datos experimentales disponibles hasta el momento. La dificultad de esta medida reside en que el plomo presenta un umbral de fisión muy alto (en torno a  $50\text{ MeV}$ ), y una sección eficaz del orden de centenas de *mb*. Esto nos impide definir un factor de normalización como el que habíamos calculado para los demás núcleos. Por este motivo, estos cocientes se han normalizado de forma que el resultado final de la sección eficaz de fisión esté normalizado a resultados previos obtenidos con neutrones, tal y como se explicará en el capítulo siguiente.

#### Cociente $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$

El estudio de la relación  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  en ambos setups es una forma de comprobar la consistencia del análisis. Pero, además, nos permite estudiar la validez de las evaluaciones, puesto que estos isótopos son los únicos para los que se encuentra una evaluación que cubra todo nuestro rango de energía.

En la Fig. 3.12(a) se muestra el cociente  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  obtenido en los dos setups, incluyendo las incertidumbres estadísticas y sistemáticas. Por encima de unos  $30\text{ MeV}$  se encuentra una diferencia sistemática entre los resultados ob-

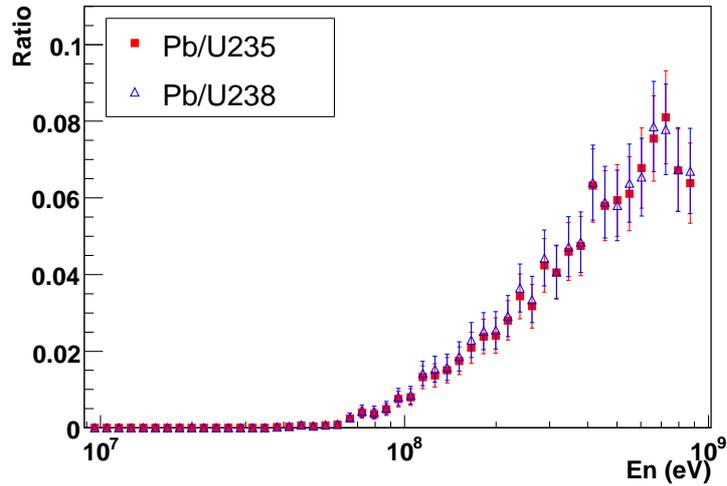
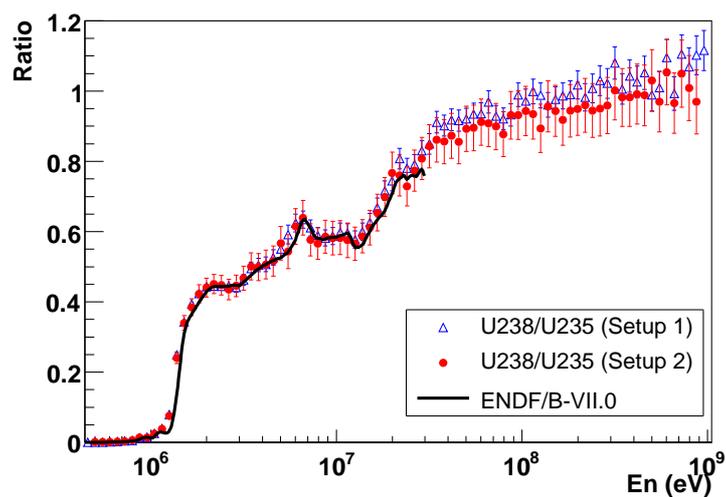
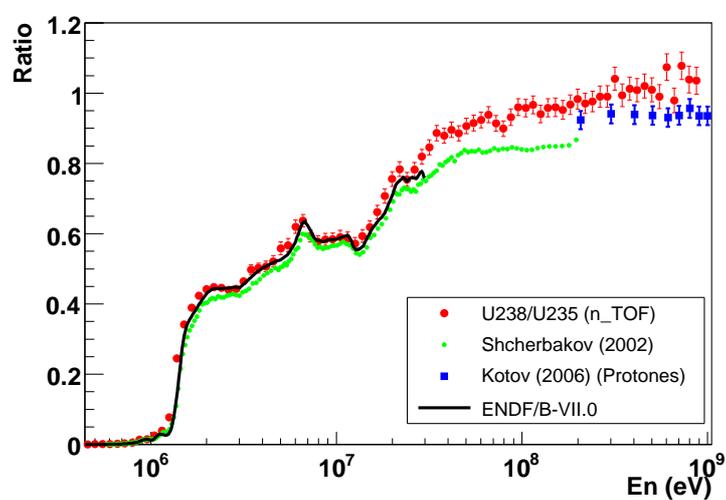


Figura 3.11: Cocientes experimentales  $^{nat}Pb/^{235}U$  y  $^{nat}Pb/^{238}U$ , con la incertidumbre estadística y sistemática. La normalización de estos cocientes se ha hecho a partir de la normalización de la sección eficaz total a resultados de otros autores, tal y como se verá en detalle en el capítulo siguiente.

tenidos en los dos setups que, no obstante, queda dentro de las barras de error de ambas medidas. En la Fig. 3.12(b) se representa el resultado final con una incertidumbre que oscila entre el 2% y el 4% en todo el rango de energías. Se muestran, además, los datos de Shcherbakov [18], la evaluación ENDF-B/VII.0, así como con los valores obtenidos por Kotov [19] utilizando protones de más de 200 MeV. Se observa un buen acuerdo entre todos los resultados hasta una energía de unos 30 MeV. A energías mayores, nuestros resultados son sistemáticamente mayores que los de Shcherbakov. Se observa, además, que nuestros resultados y los obtenidos con protones por Kotov muestran un comportamiento constante para el cociente por encima de unos 200 MeV.



(a)



(b)

Figura 3.12: Cociente de tasas  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  para ambos setups (a), y media ponderada de los dos resultados (b), con las incertidumbres sistemáticas y estadísticas. Se muestran, además, la evaluación ENDF/B-VII.0 así como los resultados experimentales de Shcherbakov (usando neutrones) y de Kotov (con protones).



## Capítulo 4

# Secciones eficaces

Una vez que ya tenemos los cocientes experimentales de las tasas de fisión, podemos calcular las secciones eficaces de nuestros núcleos de interés ( $^{237}\text{Np}$ ,  $^{234}\text{U}$  y  $^{nat}\text{Pb}$ ), a partir de las secciones eficaces de los dos núcleos de referencia:  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , que supondremos conocidas, sin más que aplicar la Ec. 2.4 y que reproducimos a continuación:

$$\sigma_i(E) = \frac{T_i(E)}{T_j(E)} \cdot \left( \frac{n_j \cdot \epsilon_j}{n_i \cdot \epsilon_i} \right) \cdot \sigma_j(E) \quad (4.1)$$

donde  $\sigma_j(E)$  es la sección eficaz conocida del núcleo de referencia.

### 4.1. Secciones eficaces de referencia

A la hora de utilizar una referencia para la sección eficaz de fisión inducida por neutrones, nos encontramos con que hay evaluaciones bien establecidas en determinados rangos de energías. Así, por ejemplo, en el caso que nos ocupa, el  $^{238}\text{U}$  se considera una referencia estándar en el rango comprendido entre 1 y 20  $\text{MeV}$ , mientras que el  $^{235}\text{U}$  lo es para energías entre 0,15 y 200  $\text{MeV}$ . Sin embargo, más allá de estos límites, los datos experimentales son escasos, por lo que no disponemos de ninguna referencia fiable, excepto la evaluación JENDL/HE-2007, que ofrece resultados hasta 3  $\text{GeV}$  para estos dos núcleos.

Sin embargo, al estudiar el cociente  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  dado por dicha evaluación, éste muestra un escalón en torno a 250  $\text{MeV}$  que no es reproducido por los datos experimentales (Véase la Fig. 4.1, cuyos datos experimentales son los ya vistos en la Fig. 3.12(b)). A partir de, aproximadamente, 200  $\text{MeV}$ , se puede observar que dicha evaluación se basa en la interpolación de unos pocos puntos obtenidos mediante modelos teóricos, cuya fiabilidad desconocemos, a la espera de una publicación sobre la evaluación [20]. Estas discrepancias nos hacen sospechar de su precisión en ese rango de energías.

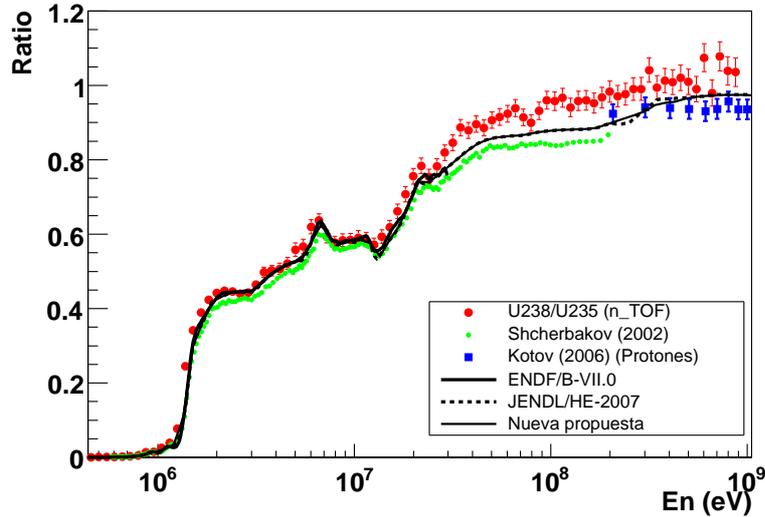


Figura 4.1: Resultado del cociente  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  obtenido en *n\_TOF* con la incertidumbre estadística y sistemática. También se muestran los resultados de Shcherbakov [18], Kotov (con protones) [19], de las evaluaciones ENDF/B-VII.0 y JENDL/HE-2007, así como de una modificación de ésta última a altas energías propuesta por nosotros, según se explica en el texto.

Para energías en torno a 1 *GeV* y superiores, nos puede servir de guía la parametrización hecha por Prokofiev [17] para el caso de la fisión inducida por protones. En dicha parametrización, la sección eficaz de fisión toma la forma:

$$\sigma_f(E_p) = P_1 \{1 - \exp[-P_3(E_p - P_2)]\} \cdot (1 - P_4 \cdot \ln E_p) \quad (4.2)$$

donde  $\sigma_f$  es la sección eficaz de fisión (en *mb*),  $E_p$  es la energía (en *MeV*) del protón incidente, y los coeficientes  $P_i$  son constantes numéricas que dependen del isótopo. En la Tabla 4.1 se muestran los valores para los núcleos tratados en el presente trabajo, excepto el  $^{234}\text{U}$ , no incluido en la publicación de Prokofiev.

Teniendo en cuenta estos resultados, proponemos en este trabajo la utilización, como secciones eficaces de referencia, de las evaluaciones de JENDL/HE-2007 a altas energías, con unas pequeñas modificaciones a fin de suavizar el comportamiento en escalón mostrado en el cociente, haciendo además que las secciones eficaces tengan, para energías mayores de 500 *MeV*, una pendiente más parecida a la indicada por Prokofiev, tal y como se representa en la Fig. 4.3. La existencia de tal decrecimiento de la sección eficaz de fisión a altas energías (más allá de cientos de *MeV*) parece estar bien establecida, al menos para los actínidos, según puede deducirse de las referencias incluidas en [17].

Dado que no disponemos de información acerca de la incertidumbre de la

Núcleo	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$^{235}\text{U}$	2410	12,1	0,116	0,065
$^{238}\text{U}$	2400	12,2	0,108	0,067
$^{237}\text{Np}$	2540	12,1	0,111	0,067
$^{nat}\text{Pb}$	156	51	0,00725	0,0206

Tabla 4.1: Coeficientes de la parametrización de Prokofiev para los núcleos estudiados en el presente trabajo.

evaluación JENDL/HE-2007, el valor que le asignaremos será el incluido en las evaluaciones estándar de ENDF/B-VII.0 hasta la energía donde están disponibles, donde el acuerdo entre ambas evaluaciones es muy bueno. Las incertidumbres dadas por esa evaluación son del orden del 1% si descendemos por debajo de 10 MeV, y alcanzan el 4% a 200 MeV. A partir de ahí, asumiremos que la incertidumbre es mayor y que ésta aumenta con la energía, hasta alcanzar el 8% en 1 GeV. Estos valores serán los que utilizaremos a la hora de estimar una incertidumbre para el valor de las secciones eficaces de fisión.

Existen medidas experimentales en las que se han utilizado protones en lugar de neutrones, como por ejemplo las de Kotov [19], y los experimentos de cinemática inversa realizados recientemente en el GSI [21], cuyos resultados se muestran en la Fig. 4.3, y donde tampoco se observa la pendiente tan pronunciada que propone JENDL/HE-2007 a partir de 500 MeV. Aunque los resultados obtenidos con protones no pueden extrapolarse directamente a neutrones, ya que su sección eficaz de fisión es mayor, sí se ha observado que el cociente entre las secciones eficaces inducidas por protones y por neutrones es constante por encima de unos 100 MeV para los núcleos más pesados [22], como explicaremos en la Sección 4.3.

En cualquier caso, cualitativamente parece razonable la existencia de una elevación en torno a la energía de excitación de las resonancias  $\Delta$ . Este comportamiento se observa también en la fotofisión (Fig. 4.2), en la que aparece en torno a la misma energía y con la misma anchura para todos los isótopos de los actínidos [23].

## 4.2. Resultados de secciones eficaces

Una vez que ya tenemos los cocientes experimentales entre las tasas de fisión, podemos calcular las secciones eficaces de fisión, del  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{234}\text{U}$  y  $^{nat}\text{Pb}$  a partir de las secciones eficaces de los dos núcleos de referencia:  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , empleando la evaluación JENDL/HE-2007 con las modificaciones explicadas antes.

En las Figs. 4.4 y 4.5 se muestran los resultados finales de las secciones efi-

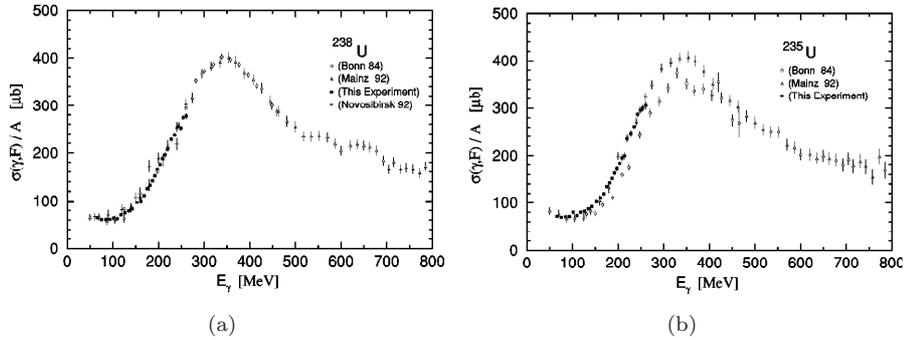


Figura 4.2: Sección eficaz de fotofisión por nucleón para  $^{238}\text{U}$  y  $^{235}\text{U}$  en la zona de las resonancias  $\Delta$  [24].

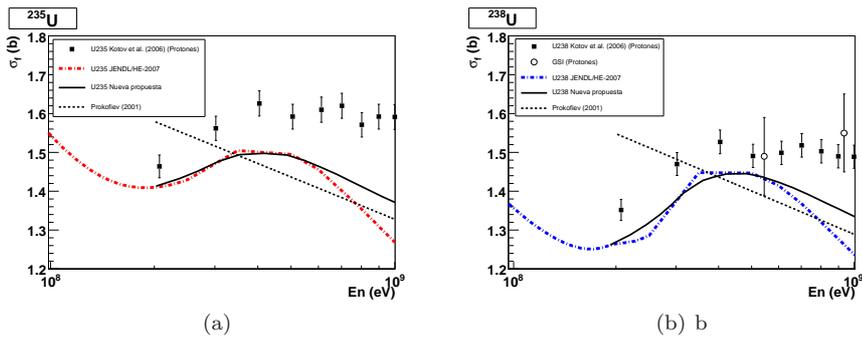


Figura 4.3: Sección eficaz de fisión inducida por neutrones para el  $^{235}\text{U}$  (a) y para el  $^{238}\text{U}$  (b) a altas energías según la evaluación JENDL/HE-2007, y modificación hecha por nosotros según se indica en el texto. También se muestran los resultados obtenidos con protones por Kotov, por Schmidt en GSI usando cinemática inversa, y la parametrización de Prokofiev.

caces de la reacción  $(n, f)$  para el  $^{237}\text{Np}$  y el  $^{234}\text{U}$ , después de haber calculado la media de los valores obtenidos, usando los dos isótopos de referencia. En los resultados se incluye la incertidumbre estadística y la estimación de las incertidumbres sistemáticas asociadas, tanto a la normalización como a las secciones eficaces de referencia. Para el  $^{237}\text{Np}$ , esta incertidumbre total se sitúa entre el 3,7% y el 5,2%, excepto a las más altas energías, en las que la poca intensidad del haz de neutrones produce poca estadística, llegando al 10% a 1 GeV. Para el  $^{234}\text{U}$ , la incertidumbre total se encuentra entre el 4% y el 5,5% aumentando, al igual que en el caso anterior, hasta el 10% a 1 GeV. Superpuesto a nuestros resultados se muestra la evaluación ENDF-B/VII.0 [15], que sólo alcanza hasta 30 MeV en el caso del  $^{234}\text{U}$ , y hasta 20 MeV para el  $^{237}\text{Np}$ .

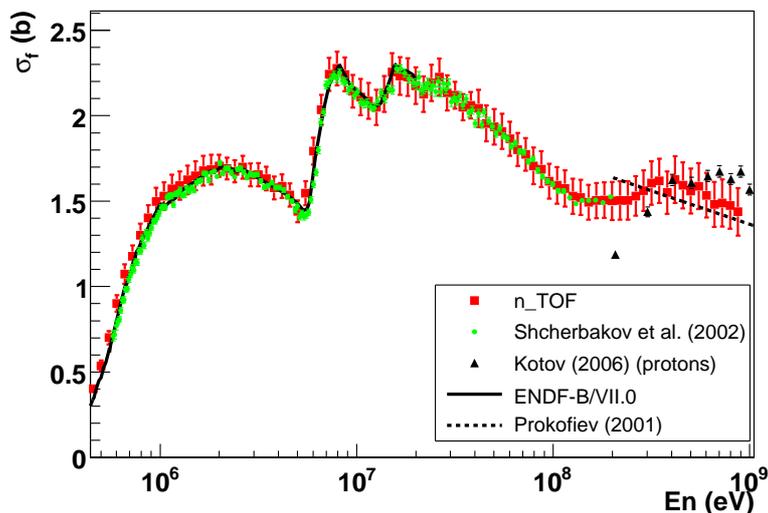


Figura 4.4: Sección eficaz de reacción  $^{237}\text{Np}(n, f)$  obtenida en  $n\text{-TOF}$ , y comparación con la evaluación  $\text{ENDF-B/VII.0}$ . También se muestran los resultados obtenidos por Shcherbakov [18], Kotov (utilizando protones) [19] y la parametrización dada por Prokofiev [17].

En el caso del  $^{237}\text{Np}$  también se indican los resultados obtenidos en otros experimentos de fisión inducida por neutrones (Shcherbakov [18]) y por protones (Kotov [19]). Además, se representa la parametrización hecha por Prokofiev para la fisión inducida por protones de muy alta energía.

En la Fig. 4.6 se muestran, en detalle, las secciones eficaces de fisión inducida por neutrones para el  $^{237}\text{Np}$  (Fig. 4.6(a)) y para el  $^{234}\text{U}$  (Fig. 4.6(b)) obtenidas a partir de cada uno de los dos núcleos de referencia,  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ , en la región de más alta energía. Se puede ver que, en ambos casos, los resultados obtenidos a partir de estos dos núcleos presentan la misma dependencia con la energía y son compatibles entre sí dentro de la barra de error, lo que justifica que hayamos calculado el valor final de las secciones eficaces promediando ambos resultados.

De la misma forma hemos calculado la sección eficaz de fisión para el  $^{nat}\text{Pb}$ . Sin embargo, debe recordarse que no disponemos de una normalización análoga a las de los otros núcleos; por lo tanto, hemos optado por normalizar, directamente, el resultado final de la sección eficaz, al valor obtenido por Shcherbakov [18] a una energía de 80 MeV. En la Fig. 4.7 se muestran, además de éstos, los resultados obtenidos por Smirnov [25] y Ryzhov [26] (con neutrones) y por Kotov [19] (con protones) así como la parametrización dada por Prokofiev [17].

Mientras que los demás autores sólo incluyen la incertidumbre estadística, nosotros incluimos también nuestra estimación de incertidumbres sistemáticas,

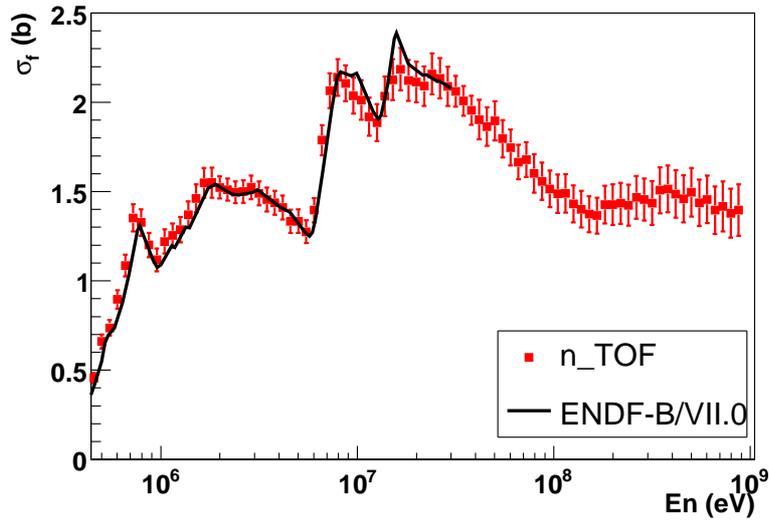


Figura 4.5: Sección eficaz de reacción  $^{234}\text{U}$  obtenida con los datos de n\_TOF, y comparación con la evaluación ENDF/B-VII.0. Las barras de error incluyen las incertidumbres estadísticas y sistemáticas.

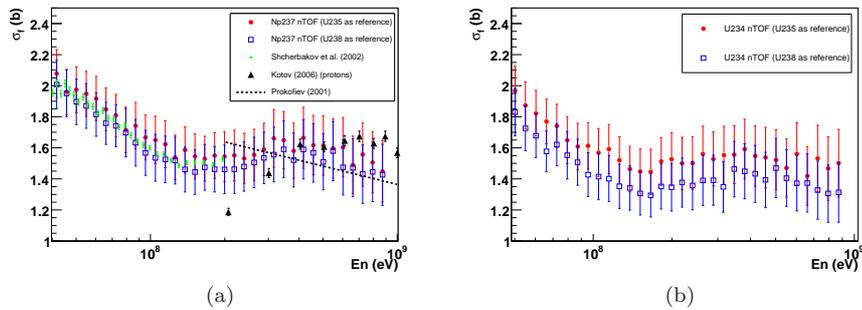


Figura 4.6: Detalle de la sección eficaz de fisión obtenida para el  $^{237}\text{Np}$  (a) y el  $^{234}\text{U}$  (b) en la región comprendida entre 50 MeV y 1 GeV usando cada uno de los dos núcleos de referencia:  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ .

resultando una incertidumbre total para la sección eficaz comprendida entre el 15 – 20 % para todo el rango de energías, que viene dominada por la baja estadística de los sucesos de fisión para el  $^{nat}\text{Pb}$ .

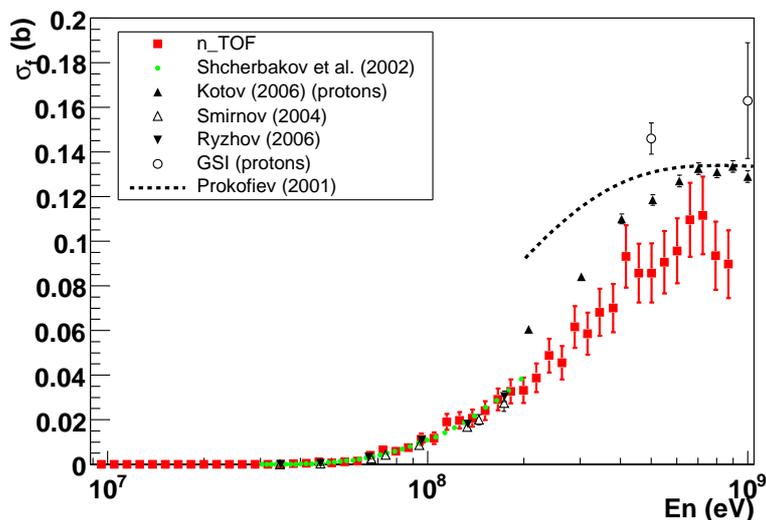


Figura 4.7: Sección eficaz de reacción  $^{nat}\text{Pb}(n, f)$  según los datos de *n\_TOF*, comparados con los resultados de las Refs. [17–19, 21, 25, 26]. Las barras de error de nuestros resultados incluyen los errores estadísticos y sistemáticos.

### 4.3. Comparación con fisión inducida por protones y por fotones

Debido a que, para altas energías, no existen referencias de fisión inducida por neutrones (sólo unos pocos experimentos alcanzan los  $200 \text{ MeV}$  [16, 18]), vamos a hacer una comparación de nuestros resultados con las medidas realizadas con protones y con fotones.

Ya hemos mencionado antes que, en general, la sección eficaz de fisión inducida por protones es mayor que la inducida por neutrones. Sin embargo, se ha observado que para los núcleos más pesados el cociente entre ambas es constante por encima de unos  $100 \text{ MeV}$  [22, 27]. La razón de esto es que la sección eficaz de fisión  $\sigma_f$  viene dada por la sección eficaz de una interacción inelástica  $\sigma_{inel}$  con un núcleo blanco, y por la probabilidad  $P_f$  de desexcitación mediante fisión del nuevo núcleo así formado:  $\sigma_f = \sigma_{inel} \cdot P_f$ . La probabilidad de fisión  $P_f$  aumenta con la fisibilidad  $Z^2/A$  y, dado que el parámetro  $Z^2/A$  del núcleo compuesto es mayor si la partícula incidente es un protón que un neutrón, resulta que la sección eficaz de fisión inducida por protones es mayor que la inducida por neutrones de la misma energía. Un caso intermedio es la fotofisión (fisión inducida por un fotón), cuyo parámetro de fisibilidad no tiene corrección por

carga, resultando un valor intermedio entre los dos:

$$\frac{(Z+1)^2}{A+1} > \frac{Z^2}{A} > \frac{Z^2}{A+1} \quad (4.3)$$

La fisibilidad viene dada por la relación entre las anchuras de fisión  $\Gamma_f$  y de evaporación de un neutrón  $\Gamma_n$ :

$$P_f \approx \frac{\Gamma_f}{\Gamma_n + \Gamma_f} \quad (4.4)$$

$$\frac{\sigma_f^p}{\sigma_f^n} \approx \frac{P_f^p}{P_f^n} \approx \frac{\Gamma_f^p}{\Gamma_f^n} \approx \exp\left(\frac{B_f^n - B_f^p}{T}\right) \quad (4.5)$$

donde  $B_f^n$  y  $B_f^p$  son las barreras de fisión para el neutrón y el protón, respectivamente, y  $T$  es la temperatura del núcleo. Esto implica que, a altas energías, las secciones eficaces de fisión  $\sigma_f^p$  y  $\sigma_f^n$  son casi iguales para los núcleos pesados, donde  $B_f^n \approx B_f^p$ , mientras que  $B_f^p < B_f^n$  para los subactínidos, como es el caso del  $Pb$ , lo que hace que la diferencia entre  $\sigma_f^p$  y  $\sigma_f^n$  sea mayor. Esto permite explicar que el cociente  $\sigma_p^f/\sigma_n^p$  sea mucho más próximo a 1 en los núcleos pesados (región del  $U$ ) que para los núcleos de la región del  $Pb$  [27, 28].

Núcleo blanco	Proyectil		
	$n$	$p$	$\gamma$
$^{nat}Pb$	32,29	33,09	32,45
$^{209}Bi$	–	33,60	–
$^{232}Th$	–	35,54	34,91
$^{238}U$	35,41	36,19	35,56
$^{235}U$	35,86	36,64	36,02
$^{234}U$	36,02	–	–
$^{233}U$	–	36,91	36,32
$^{237}Np$	36,34	37,13	36,49
$^{239}Pu$	–	37,60	–

Tabla 4.2: Parámetros de fisibilidad  $(Z^2/A)_{nuc\ comp}$  del núcleo compuesto formado para distintos proyectiles y blancos. Sólo se indican aquellos casos representados en la Fig. 4.8.

Por tanto, para poder comparar nuestros resultados con los obtenidos con protones [19, 21] y con fotones [23], en la Fig. 4.8 hemos representado la sección

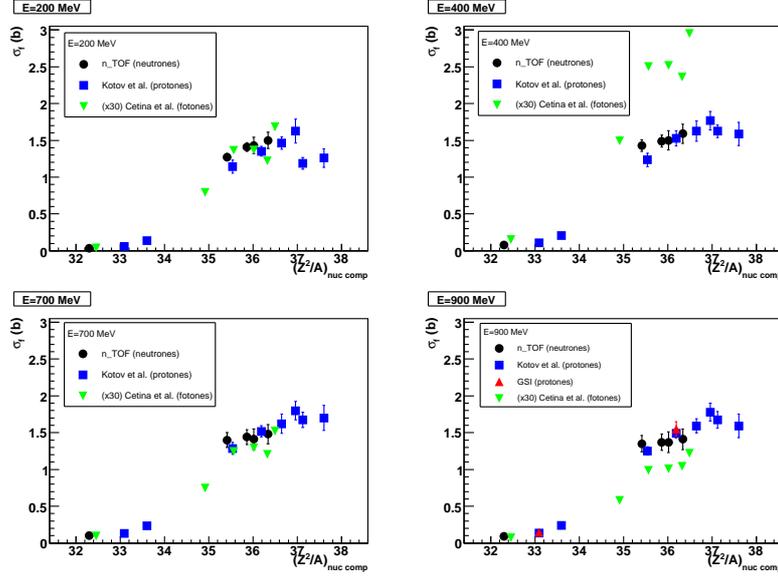


Figura 4.8: Sección eficaz de fisión en función del parámetro de fisibilidad del núcleo compuesto (Tabla 4.2), para diferentes energías del proyectil (200, 400, 700, y 900 MeV): neutrones (resultados de  $n\_TOF$ ); protones (datos de Kotov [19] y de GSI [21]); y fotones (Cetina et al. [23]). Los resultados de los fotones se han multiplicado por 30 para una mejor comparación de su comportamiento con los demás datos. Nótese, para estos últimos, la aparición de las resonancias  $\Delta$  en torno a 400 MeV.

eficaz de fisión a diferentes valores de la energía: 200, 400, 700, y 900 MeV para distintos núcleos, en función del parámetro de fisibilidad del núcleo compuesto correspondiente, formado como suma del proyectil más el blanco, cuyos valores se muestran en la Tabla 4.2. Los resultados de las secciones eficaces obtenidos con fotones no son directamente comparables con los de un haz de neutrones o protones y se han multiplicado por un factor 30 para poder contrastar su comportamiento con el obtenido con éstos últimos. Debido a que la excitación de las resonancias  $\Delta$  tiene un umbral mucho mejor definido para los fotones que para los nucleones, la sección eficaz de fisión inducida por fotones aparece con un pico mucho mayor para una energía en torno a 400 MeV, donde se encuentran las resonancias, como se puede ver en la Fig. 4.2 [23, 24].

Los valores de la sección eficaz de fisión inducida por neutrones para el  $^{235}U$  y el  $^{238}U$  dados a partir de nuestra modificación de la evaluación, siguen la dependencia con el parámetro de fisibilidad de los demás datos, lo que supone un argumento a favor de nuestra propuesta. Los resultados que hemos obtenido para el  $^{237}Np$ , el  $^{234}U$  y el  $^{nat}Pb$ , utilizando estas referencias, son compatibles

entre sí y con los de las referencias señaladas.

# Conclusiones

En el trabajo presentado aquí, he ampliado el análisis de los datos obtenidos en n\_TOF, para la fisión inducida por neutrones en  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{234,235,238}\text{U}$  y  $^{\text{nat}}\text{Pb}$ , en la región comprendida entre 1  $\text{MeV}$  y 1  $\text{GeV}$ .

Los resultados más importantes de este trabajo son los cocientes de secciones eficaces, puesto que no dependen de secciones eficaces de referencia. He presentado aquí los resultados obtenidos para los cocientes de los núcleos  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{234}\text{U}$  y  $^{\text{nat}}\text{Pb}$  referidos a los núcleos de referencia  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ . La incertidumbre asociada a los cocientes  $^{237}\text{Np}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{237}\text{Np}$  se encuentra entre el 4% para una energía de 1  $\text{MeV}$  y el 7% para 1  $\text{GeV}$ . Para el caso de los cocientes  $^{234}\text{U}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{234}\text{U}$ , esa incertidumbre está comprendida entre el 5% a 1  $\text{MeV}$  y el 7% para 1  $\text{GeV}$ . Los cocientes  $^{\text{nat}}\text{Pb}/^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}/^{\text{nat}}\text{Pb}$  presentan una incertidumbre mayor: entre el 15% y el 20% en todo el rango de energías, debido a la poca estadística disponible. Para el caso de  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  tenemos una incertidumbre que varía entre el 2% y el 4%.

Para energías superiores a 200  $\text{MeV}$  no existen datos experimentales de la sección eficaz de fisión inducida por neutrones de los núcleos de referencia  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ . En este trabajo se contrastan nuestros datos con la evaluación JENDL/HE-2007, donde las secciones eficaces de fisión de estos dos isótopos se extienden hasta 3  $\text{GeV}$ . Para energías por encima de 200  $\text{MeV}$ , se ha propuesto una suavización de dichas curvas para que el cociente  $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$  tenga un comportamiento más parecido a lo observado experimentalmente; para valores por encima de 600  $\text{MeV}$ , nuestros datos sugieren que las secciones eficaces de fisión de estos dos núcleos tienen una pendiente que sigue la parametrización de Prokofiev, obtenida a partir de datos de protones a más altas energías.

Utilizando estas secciones eficaces de referencia, he calculado las secciones eficaces de fisión para el  $^{237}\text{Np}$ , el  $^{234}\text{U}$  y el  $^{\text{nat}}\text{Pb}$ . La incertidumbre total para el caso del  $^{237}\text{Np}$  se encuentra entre el 3,7% y el 5,2%, aumentando a altas energías hasta llegar al 10% a 1  $\text{GeV}$ . Para el  $^{234}\text{U}$ , esa incertidumbre se encuentra entre el 4% y el 5,5%, creciendo también a altas energías hasta el 10% a 1  $\text{GeV}$ . Para el  $^{\text{nat}}\text{Pb}$  la incertidumbre se encuentra entre el 15% y el 20% en todo el rango de energías.

A falta de referencias previas para las secciones eficaces de fisión inducida por neutrones a energías por encima de las centenas de  $\text{MeV}$ , he presentado

una comparación con los resultados obtenidos por otros autores que utilizan protones y fotones, para distintos valores de la energía, en función del parámetro de fisibilidad del núcleo compuesto formado por el sistema proyectil más blanco. Esta comparación nos muestra que los valores obtenidos para los distintos núcleos son compatibles entre sí, pudiendo observarse que las hipótesis empleadas en este trabajo producen muy buenos resultados entre  $300 \text{ MeV}$  y  $1 \text{ GeV}$ .

# Bibliografía

- [1] C. Rubbia et al. *A High Resolution Spallation Driven Facility at the CERN-PS to measure Neutron Cross Sections in the Interval from 1 eV to 250 MeV*. 1998. CERN/LHC/98-02 (EET) and CERN/LHC/98-02 (EET)-Add.1.
- [2] C. Coceva et al. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 489:346–356, 2002.
- [3] U. Abbondanno et al. and The n\_TOF Collaboration. *CERN n\_TOF: Performance Report*. 2002. CERN-SL-2002-053 ECT.
- [4] The n\_TOF Collaboration. *Proposal for a Neutron Time of Flight Facility*. 1998. CERN/SPSC 99-8 SPSC/P310.
- [5] C. Paradela. *Estudio de un monitor de neutrones para la instalación nTOF. (Memoria de licenciatura)*. Universidad de Santiago de Compostela, 2002.
- [6] C. Paradela. *Instalación y calibración de un monitor de neutrones para nTOF. (Trabajo de investigación tutelado)*. Universidad de Santiago de Compostela, 2003.
- [7] The n\_TOF Collaboration. *Study of the Background in the Measuring Station at the n\_TOF Facility at CERN: Sources and Solutions*. CERN/INTC 2001-038.
- [8] A. Ferrari, C. Rubbia, and V. Vlachoudis. *A comprehensive study of the n\_TOF background*. CERN SL-2002-011 (ECT).
- [9] C. Borcea et al. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 513:524–537, 2003.
- [10] Vlachoudis et al. Monte Carlo Simulation of the Neutron Time of Flight Facility at CERN. In *Proceedings of the Monte Carlo 2000 Conference, Lisbon*, 2000.
- [11] D. Tarrío. *Un monitor del flujo de neutrones de muy alta energía para CERN-n\_TOF (Memoria de licenciatura)*. Universidad de Santiago de Compostela, 2007.

- 
- [12] C. Stephan et al. *Journ. Nuc. Sci. and Techn.*, Supplement 2:276–279, 2002.
- [13] L. Ferrant. *Mesures de sections efficaces de fission induite par neutrons sur des actinides du cycle du thorium à n-TOF*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2005.
- [14] C. Paradela. *Measurement of the U-234(n,f) cross section with PPAC detectors at the n-TOF Facility*. PhD thesis, Universidad de Santiago de Compostela, 2005.
- [15] ENDF/B-VII.0 (American Evaluated Nuclear Data File).  
<http://www.nndc.bnl.gov/exfor/endl00.htm>.
- [16] F. Tovesson and T. S. Hill. *Phys. Rev. C*, 75:034610, 2007.
- [17] A. V. Prokofiev. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 463:557–575, 2001.
- [18] O. Shcherbakov et al. *Journ. Nuc. Sci. and Techn.*, Supplement 2:230–233, 2002.
- [19] A. A. Kotov et al. *Phys. Rev. C*, 74:034605, 2006.
- [20] T. Fukahori et al. JENDL High Energy File 2007 (JENDL/HE-2007). Pendiente de publicación en *J. Nucl. Sci. Technol.*  
<http://wwwndc.tokai-sc.jaea.go.jp/>.
- [21] K.-H. Schmidt et al. High-precision measurement on total fission cross sections of Pb-208 and U-238 in spallation reactions. Unpublished.
- [22] V. P. Eismont et al. Up-to-date status and problems of the experimental nucleon-induced fission cross section data base at intermediate energies. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Accelerator Driven Transmutation Technologies and Applications, Praha (Czech Republic)*, 1999.
- [23] C. Cetina et al. *Phys. Rev. C*, 65:044622, 2002.
- [24] J. C. Sanabria et al. *Phys. Rev. C*, 61:034604, 2000.
- [25] A. N. Smirnov et al. *Phys. Rev. C*, 70:054603, 2004.
- [26] I. V. Ryzhov et al. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 562:439–448, 2006.
- [27] V. E. Bunakov et al. *Eur. Phys. J. A*, 8:447–450, 2000.
- [28] A. N. Smirnov et al. *Journ. Nuc. Sci. and Techn.*, Supplement 2:238–241, 2002.