

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



**FACULTADE DE FÍSICA**  
Departamento de Física de Partículas

**Simulación do dispositivo experimental ALADIN  
(GSI) aplicada ao estudo de reaccións con interese  
astrofísico mediante a técnica de disociación  
coulombiana**

Memoria presentada por:  
**Carme Rodríguez Tajés**  
como disertación para optar ao  
**Grao de Licenciada en Física**  
Outubro 2005



# UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Dolores Cortina Gil, doutora contratada do Departamento de Física de Partículas da Universidade de Santiago de Compostela

## **CERTIFICA:**

Que a memoria titulada **Simulación do dispositivo experimental ALADIN (GSI) aplicado ao estudo de reaccións nucleares de interese astrofísico mediante a técnica de disociación coulombiana** foi realizada por **Carme Rodríguez Tajés** no **Departamento de Física de Partículas** desta **Universidade** baixo a miña dirección e constitúe o traballo de **tese de licenciatura** que presenta para optar ao **Grao de Licenciada en Física**.

Santiago, 28 de setembro de 2005

Asdo: Dolores Cortina Gil



Simulación do dispositivo experimental ALADIN  
(GSI) aplicado ao estudo de reaccións nucleares  
con interese astrofísico mediante a técnica de  
disociación coulombiana

Carne Rodríguez Tajés

Outubro 2005



# Índice xeral

<b>Resume</b>	<b>1</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Nucleosíntese en escenarios estelares explosivos . . . . .	3
1.1.1. A reacción $^{26}\text{Si}(p, \gamma)^{27}\text{P}$ . . . . .	4
1.1.2. A reacción $^{22}\text{Mg}(p, \gamma)^{23}\text{Al}$ . . . . .	4
1.2. A disociación coulombiana como técnica experimental . . . . .	5
1.3. O experimento $^{22}\text{Mg}(p, \gamma)^{23}\text{Al}$ e $^{26}\text{Si}(p, \gamma)^{27}\text{P}$ . . . . .	6
<b>2. Descrición das simulacións</b>	<b>9</b>
2.1. Interacción dos ións coa materia . . . . .	10
2.2. Perdas de enerxía . . . . .	10
2.2.1. Códigos de simulación . . . . .	12
2.2.2. Comparación dos códigos . . . . .	14
2.3. Dispersión en enerxía . . . . .	15
2.3.1. Códigos de simulación . . . . .	17
2.3.2. Comparación dos códigos . . . . .	17
2.4. Dispersión angular . . . . .	18
2.4.1. Códigos de simulación . . . . .	18
2.4.2. Comparación dos códigos . . . . .	19
2.5. Dispositivo experimental simulado . . . . .	20
2.6. Xeradores de sucesos . . . . .	25
<b>3. Reconstrución de traxectorias</b>	<b>27</b>
3.1. Cálculo dos ángulos polar e azimutal $\theta$ e $\phi$ . . . . .	27
3.1.1. Método . . . . .	27
3.2. Determinación da rixidez magnética $B\rho$ . . . . .	29
3.2.1. Método . . . . .	29
3.2.2. Resolución intrínseca do método . . . . .	32
3.2.3. Resolución real do método . . . . .	35
3.3. Resultados para a disociación coulombiana do $^{23}\text{Al}$ e do $^{27}\text{P}$ . . . . .	39

<b>4. Estudo da disociación coulombiana do <math>{}^8B</math> a <math>250\text{ MeV}/u</math></b>	<b>41</b>
4.1. Simulacións e reconstrución de traxectorias . . . . .	41
4.2. A enerxía cinética relativa, $E_{rel}$ . . . . .	43
4.2.1. Resultados . . . . .	44
4.3. Ángulo de dispersión . . . . .	45
4.3.1. Resultados . . . . .	45
4.3.2. Contribucións á resolución nos parámetros cinemáticos $E_{rel}$ e $\theta_8$ . . . . .	46
4.4. Eficiencia xeométrica . . . . .	47
<b>Conclusións</b>	<b>52</b>
<b>A. Matriz de transmisión</b>	<b>55</b>
<b>B. O dipolo ALADIN</b>	<b>59</b>



# Índice de figuras

1.1. Instalacións do Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) . . . . .	7
2.1. Dispositivo experimental simulado . . . . .	24
3.1. Reconstrucción dos ángulos polar $\theta$ e azimutal $\phi$ . . . . .	28
3.2. Distribucións teóricas en $B\rho$ , $\cos\theta$ e $\phi$ para os fragmentos de disociación coulombiana do ${}^8B$ a $250\text{ MeV}/u$ . . . . .	30
3.3. Resolución intrínseca en $B\rho$ para o ${}^7Be$ . . . . .	35
3.4. Resolución real en $B\rho$ para o ${}^7Be$ . . . . .	36
4.1. Distribucións en $E_{rel}$ e resolución $\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$ para a disociación coulombiana do ${}^8B$ a $250\text{ MeV}/u$ . . . . .	45
4.2. Distribucións en $\theta_8$ para a disociación coulombiana do ${}^8B$ a $250\text{ MeV}/u$ . 46	
4.3. Distribucións en $x$ dos ións ${}^7Be$ e os protóns a unha distancia de $6\text{ m}$ detrás de ALADIN . . . . .	48
4.4. Distribucións teóricas en $\theta$ para os fragmentos da disociación coulombiana do ${}^8B$ a $250\text{ MeV}/u$ . . . . .	49
4.5. Eficiencia xeométrica . . . . .	51



# Índice de cadros

2.1. Desviacións dos poderes de freado calculados por Geant 3.21 e AMADEUS respecto a datos experimentais. . . . .	14
2.2. Dispersións angulares calculadas por Geant 3.21 e AMADEUS. . . . .	20
3.1. Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos ións ${}^7\text{Be}$	31
3.2. Retícula construída para determinar da rixidez magnética dos ións ${}^7\text{Be}$ . . . . .	33
3.3. Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos protóns	33
3.4. Retícula construída para determinar a rixidez magnética de ións ${}^{132}\text{Sn}$	33
3.5. Dependencia da resolución intrínseca en $B\rho$ co número de puntos que se emprega ao interpolar . . . . .	34
3.6. Resolución real en $B\rho$ . . . . .	36
3.7. Dispersións angulares nun dos pares de detectores de silicio, . . . . .	37
3.8. Contribucións a $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ de cada un dos elementos do dispositivo experimental . . . . .	38
3.9. Resolucións en $B\rho$ para o ${}^{22}\text{Mg}$ e o ${}^{26}\text{Si}$ . . . . .	39
4.1. Posición $x$ do dipolo ALADIN e das cámaras de deriva . . . . .	42
4.2. Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos ións ${}^7\text{Be}$	42
4.3. Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos protóns	42
4.4. Contribucións á resolución en $E_{rel}$ e $\theta_8$ . . . . .	47
4.5. Sucesos nos que os fragmentos de disociación coulombiana do ${}^8\text{B}$ pasan polos detectores de Si . . . . .	49
4.6. Eficiencia xeométrica para unha distancia de 8 m entre as cámaras de deriva e o imán . . . . .	50
4.7. Eficiencia xeométrica para unha distancia de 6 m entre as cámaras de deriva e o imán . . . . .	50
B.1. Características do dipolo ALADIN . . . . .	59



# Resume

A nucleosíntese nas estrelas descríbese mediante cadeas de reaccións termonucleares que ocorren baixo distintas condicións de densidade e temperatura ao longo da súa evolución. En particular, nos escenarios estelares explosivos (novas, supernovas, chorros de raios-X) danse procesos de nucleosíntese basados na captura de protóns e neutróns en competición con desintegracións  $\beta$ , como son os procesos  $rp$  de captura rápida de protóns ou os procesos  $s$  e  $r$  de captura lenta e rápida de neutróns respectivamente.

Durante as últimas décadas, os avances nas técnicas de exploración astronómica e na instrumentación para Física Nuclear e de Partículas permitiron a obtención de datos experimentais cos que contrastar os modelos que se empregan en Astrofísica Nuclear. Como resultado, puxéronse de manifesto deficiencias en moitos dos modelos básicos de nucleosíntese estelar, relacionadas cun coñecemento insuficiente das reaccións nucleares que neles interveñen. Isto motivou a realización de múltiples experimentos, onde os escenarios estelares explosivos e o proceso  $rp$  se consideran temas clave.

O traballo que aquí se presenta constitúe parte da preparación dun destes experimentos orientados cara unha mellor comprensión do proceso  $rp$ , o estudo das reaccións de captura  $^{22}\text{Mg}(p, \gamma)^{23}\text{Al}$  e  $^{26}\text{Si}(p, \gamma)^{27}\text{P}$ . Empregarase o dispositivo experimental ALADIN, no GSI (Darmstadt), onde se medirán de maneira indirecta ambas reaccións mediante a disociación coulombiana do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$ .

Nos anteriores experimentos de disociación coulombiana que se realizaron no GSI, os fragmentos producidos analizáronse co espectrómetro KaoS, que hoxe se atopa no acelerador MAMI (Mainz); así pois os casos do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$  serán os primeiros para os que se utilice ALADIN. A nosa aportación céntrase na simulación deste dispositivo e na avaliación das súas propiedades, como por exemplo a eficiencia xeométrica ou a resolución que con el se poden acadar. Para isto, tomouse como referencia o experimento de disociación coulombiana do  $^8\text{B}$  a  $250\text{ MeV}/u$  realizado hai algúns anos no GSI co espectrómetro KaoS. O que se fixo basicamente foi simular en ALADIN os sucesos de disociación do  $^8\text{B}$  e analizar a resolución que se obtén ao reconstruír as traxectorias dos fragmentos e os parámetros cinemáticos relevantes para a sección eficaz diferencial. Finalmente, co obxectivo de determinar se a

resolución que nos proporciona ALADIN é a requerida para o tipo de experimentos que queremos realizar, comparáronse os nosos resultados cos que se tiñan para KaoS.

O traballo estruturarase en catro capítulos, a continuación falaremos brevemente sobre o contido de cada un:

- No primeiro capítulo faise unha introducción onde se explican as reaccións de captura radiactiva  $^{23}\text{Al}(p, \gamma)^{22}\text{Mg}$  e  $^{26}\text{Si}(p, \gamma)^{27}\text{P}$  e o seu interese astrofísico. Discútese tamén a maneira de afrontar desde o punto de vista experimental o estudo deste tipo de reaccións; verase que no caso que nos ocupa non é posible realizar unha medida directa das mesmas pero que polo contrario son boas candidatas para un experimento de disociación coulombiana, onde o que se mide no laboratorio é xustamente á reacción inversa á captura do protón. Os fundamentos desta técnica serán tamén expostos neste primeiro capítulo. Finalmente, a última sección adicarase á descripción do experimento de disociación coulombiana do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$ .
- No segundo capítulo ocuparémonos das simulacións realizadas do dispositivo experimental ALADIN, para as se empregou o paquete de software Geant 3.21. Amosarase como Geant 3.21 non proporciona unha descripción realista da interacción dos ións coa materia, de maneira que foi necesario implementar as subrutinas do código AMADEUS para o cálculo da enerxía perdida e da dispersión en enerxía. Describírase ademáis o dispositivo experimental que se simulou e os xeradores de sucesos que se empregaron.
- No terceiro capítulo exporase o método desenrolado para a reconstrución das traxectorias dos fragmentos de disociación coulombiana no caso particular do  $^8\text{B}$  a  $250\text{ MeV}/u$ . Veremos como utilizar as posicións rexistradas nos detectores de rastreo do dispositivo experimental para obter os ángulos polar e azimutal cos que os fragmentos foron emitidos desde o branco e para obter as súas rixideces magnéticas  $B\rho$ . Analizarase polo miúdo a resolución en  $B\rho$  que se acada co método proposto e amosaranse tamén algúns resultados preliminares para o caso do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$ .
- No cuarto capítulo explicarase o cálculo das magnitudes cinemáticas relevantes para a sección eficaz diferencial a partires da información obtida coa reconstrución das traxectorias dos fragmentos. Os resultados compararanse cos correspondentes ao experimento sobre o  $^8\text{B}$  feito no GSI co espectrómetro KaoS.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Nucleosíntese en escenarios estelares explosivos

Un dos principais obxetivos da Astrofísica nuclear é a descripción das reaccións termonucleares que dan lugar á xeración de enerxía e aos procesos de nucleosíntese nas estrelas.

Nas novas, a principal fonte de enerxía despois da ignición via reaccións  $pp$  é o ciclo CNO quente. En principio, o oco entre estes ciclos e a produción de núcleos máis alá do  $Ne$  ( $A \sim 20$ ) podería cubrirse con reaccións de captura  $\alpha$ , pero as temperaturas que se requiren son moi improbables neste tipo de estrelas. Así pois, a nucleosíntese observada de núcleos cun número másico que chega ata  $A \sim 40$  só pode deberse a procesos de captura de protóns sobre as abundancias iniciais de  $Ne$  e  $Mg$ . Para entender e interpretar estas observacións, requírense medidas precisas das reaccións de captura a baixa enerxía sobre núcleos estables e radioactivos no rango entre o  $Ne$  e o  $Ca$ .

Entre os datos clave que se necesitan están as taxas de captura de protóns en núcleos con número atómico impar,  $T_z = -1$  como  $^{22}Mg$ ,  $^{26}Si$ ,  $^{30}S$ ,  $^{34}Ar$  e  $^{38}Ca$ . Para estes núcleos suponse unha baixa taxa de reacción debida ao pequeno valor de  $Q$  (menor ca  $2 MeV$ ) e deben desintegrarse  $\beta^+$  ata que a captura de protóns por parte dos núcleos fillos continúe o proceso de nucleosíntese; por este motivo coñécese como *puntos de espera*.

Nós estamos interesados en dous dos chamados *puntos de espera*, o  $^{26}Si$  e o  $^{22}Mg$ , e, en particular, na súa destrución cando estes núcleos capturan un protón. En condicións de alta temperatura e densidade nos sucesos estelares explosivos, a captura é máis rápida que o decaemento beta; en consecuencia, tense unha vía alternativa para a nucleosíntese e lévase o camiño da reacción lonxe da estabilidade

$\beta$ , coa conseguinte repercusión sobre as abundancias observables.

As reaccións  $^{26}\text{Si}(p,\gamma)^{27}\text{P}$  e  $^{22}\text{Mg}(p,\gamma)^{23}\text{Al}$  serán estudadas nun futuro mediante a técnica de disociación coulombiana no GSI (Darmstadt) [1], sendo o presente traballo parte da preparación deste experimento. Explicaranse a continuación algunhas características da captura radiactiva de protóns por parte do  $^{27}\text{P}$  e o  $^{22}\text{Mg}$ .

### 1.1.1. A reacción $^{26}\text{Si}(p,\gamma)^{27}\text{P}$

Nun principio, considerábase que a reacción  $^{26}\text{Si}(p,\gamma)^{27}\text{P}$  estaba dominada pola transición de tipo  $E1$  ao estado fundamental  $\frac{1}{2}^+$  do  $^{27}\text{P}$  [2]. Sen embargo, recentes publicacións predín a captura resonante de protóns ao primeiro estado excitado do  $^{27}\text{P}$ ,  $\frac{3}{2}^+$  [3]; a enerxía de dito estado e a intensidade da resonancia foron calculados coa axuda de modelos de capas, resultando  $E_x = 1.18 \text{ MeV}$  e  $\omega\gamma = 1.51 \text{ meV}$  [3].

En relación ás predicións iniciais, o feito de considerar esta resonancia conlevaría un incremento de tres ordes de magnitude na sección eficaz para o rango de temperaturas relevante en novas e chorros de raios-X e suporía un forte impacto sobre os cálculos de nucleosíntese para masas arredor de  $A \sim 26$ .

Desde un punto de vista experimental, non é viable medir a reacción directa  $^{26}\text{Si}(p,\gamma)^{27}\text{P}$  xa que a curta vida media do  $^{26}\text{Si}$  ( $T_{1/2} = 2.2 \text{ s}$ ) impide a súa utilización como branco e ademáis resulta problemática a obtención dun feixe de  $\text{Si}$ . Non obstante, o baixo valor de  $Q$  e a posición illada da resonancia fan que sexa un excelente caso para estudar mediante a técnica de disociación coulombiana, que se describirá na sección seguinte.

### 1.1.2. A reacción $^{22}\text{Mg}(p,\gamma)^{23}\text{Al}$

A presenza de  $^{22}\text{Mg}$  en escenarios astrofísicos é consecuencia da reacción  $^{21}\text{Na}(p,\gamma)^{22}\text{Mg}$ ; este núcleo pode decaer logo a  $^{22}\text{Na}$ , de longa vida media, ou capturar un protón segundo  $^{22}\text{Mg}(p,\gamma)^{23}\text{Al}$ . Pénsase que esta última reacción está dominada pola transición de tipo  $E1$  ao primeiro estado excitado do  $^{23}\text{Al}$ ,  $\frac{1}{2}^+$ , con  $E_x = 0.487 \text{ MeV}$  e  $\omega\gamma = 0.25 \text{ } \mu\text{eV}$ .

Neste caso, tampouco é posible a medida directa xa que a intensidade da resonancia é demasiado baixa. Sen embargo, coa técnica de disociación coulombiana esta resonancia pode ser poboada cun fluxo intenso de fotóns  $E2$ .



## 1.2. A disociación coulombiana como técnica experimental

O estudo experimental de reaccións de captura radiactiva con interese astrofísico conleva unha serie de dificultades que deben afrontarse seleccionando unha técnica axeitada. A utilización de brancos radiactivos para facer medidas de seccións eficaces está restrinxida a aqueles casos nos que os núcleos branco teñen vidas medias suficientemente longas. Por outra banda, as medidas de captura con feixes radiactivos en cinemática inversa dannos directamente as taxas de reacción; pero, dado que por causa da repulsión coulombiana as seccións eficaces diminúen ás enerxías típicas nas estrelas, a utilización de feixes radiactivos só é viable cando as seccións eficaces son moi altas.

A disociación coulombiana representa unha técnica alternativa ás medidas directas das reaccións de captura. Foi proposta por primeira vez en 1986 por Baur, Bertulani e Rebel basándose na *teoría semiclásica de fotóns virtuais* [4]. Emprégase o núcleo residual  $B$  do proceso  $A(X, \gamma)B$  para bombardear un branco de número atómico elevado; o núcleo  $B$  interacciona co campo electromagnético inducido polo branco e como resultado queda nun estado excitado que decae pola canle  $A + X$ . Unha das formas de describir esta interacción electromagnética en condicións relativistas é usando o *método de fotóns virtuais equivalentes*, segundo o cal o efecto do campo electromagnético producido polo branco sobre o proxectil é o mesmo que terían certos pulsos de luz que denominamos fotóns virtuais. Así, posto que o proceso se explica mediante a absorción dun fotón virtual, i.e.  $B(\gamma, X)A$ , trataríase en definitiva dunha fotodisociación, xustamente a reacción inversa á captura radiactiva. Tendo isto en conta, a sección eficaz de disociación levaríanos directamente á de captura, pois é sabido que para unha reacción



e a súa inversa



as súas seccións eficaces cumpren a relación

$$\frac{\sigma_{AX}}{\sigma_{BY}} = \frac{m_B m_y E_{BY} (2J_B + 1)(2J_Y + 1)}{m_A m_X E_{AX} (2J_A + 1)(2J_X + 1)} \quad (1.3)$$

$$E_{BY} = E_{AX} + Q \quad (1.4)$$

onde  $Q$  se refire ao proceso 1.1,  $E_{AX}$  é a enerxía relativa para 1.1 e  $E_{BY}$  para 1.2.

Ademais da vantaxe que supón a posibilidade de empregar brancos estables de pouco espesor, as seccións eficaces asociadas aos procesos de disociación coulombiana son aproximadamente tres ordes de magnitude maiores cas seccións eficaces típicas para as reaccións de captura directa, de tan só  $\mu\text{barn}$ .

Despois dos estudos pioneiros con esta técnica para isótopos estables de  $Li$ ,  ${}^6Li \rightarrow \alpha + d$  e  ${}^7Li \rightarrow \alpha + t$  a enerxías da orde de  $10\text{MeV}/u$  [5]-[10], fixéronse os primeiros experimentos con feixes radioactivos para  ${}^{208}Pb({}^{14}O, {}^{13}N p){}^{208}Pb$  a enerxías máis elevadas,  $85.7\text{ MeV}/u$  [11] e  $70\text{ MeV}/u$  [12]. Os resultados demostraron a utilidade do método e motivaron estudos posteriores como  ${}^{12}N \rightarrow {}^{11}C + p$  [13] e  ${}^8B \rightarrow {}^7Be + p$ . A disociación coulombiana do  ${}^8B$  mediuse a  $50\text{ MeV}/u$  en RIKEN [14],[15] e máis tarde a  $254\text{ MeV}/u$  no GSI (Darmstadt)[16]; onde os fragmentos resultantes da reacción foron analizados co espectrómetro KaoS. O experimento realizado no GSI sobre o  ${}^8B$  tomouse como referencia para a elaboración deste traballo.

No caso concreto que nos ocupa, empregáronse as reaccións  ${}^{208}Pb({}^{27}P, {}^{26}Si p){}^{208}Pb$  e  ${}^{208}Pb({}^{23}Al, {}^{22}Mg p){}^{208}Pb$  para obter información sobre os procesos de captura radiactiva  ${}^{26}Si(p, \gamma){}^{27}P$  e  ${}^{22}Mg(p, \gamma){}^{23}Al$  respectivamente.

### 1.3. O experimento ${}^{22}Mg(p, \gamma){}^{23}Al$ e ${}^{26}Si(p, \gamma){}^{27}P$

O experimento no que se estudarán os procesos de captura radiactiva  ${}^{22}Mg(p, \gamma){}^{23}Al$  e  ${}^{26}Si(p, \gamma){}^{27}P$  a partires das reaccións de disociación coulombiana do  ${}^{23}Al$  e do  ${}^{27}P$  está xa aprobado e realizarase durante o ano 2006 no GSI [1].

Os núcleos inestables  ${}^{23}Al$  e  ${}^{27}P$  obtéranse no branco de produción (ver figura 1.1) por fragmentación nuclear dun feixe primario previamente acelerado no sincrotrón SIS e seleccionáronse mediante a técnica  $B\rho - \Delta E - B\rho$  no separador de fragmentos FRS [17].

Logo, serán transmitidos ata o dispositivo ALADIN, situado na cavidade B da rexión experimental de SIS. Aquí faranse incidir sobre un branco de  ${}^{208}Pb$  e analizaranse os produtos da reacción; para isto cóntase cun dipolo de gran aceptación e un conxunto de detectores de posición que permitirán a identificación e o rastreo dos distintos fragmentos e partículas lixeiras resultantes. A medida de raios  $\gamma$  en coincidencia cos fragmentos sería fundamental para aumentar a selectividade do experimento e observar os estados excitados do  ${}^{22}Mg$  e do  ${}^{26}Si$ .

Para os anteriores experimentos deste tipo realizados no GSI empregouse outro dispositivo experimental, os produtos da reacción analizábanse no espectrómetro KaoS [18] cunha resolución en momento en principio mellor á de ALADIN. Sen embargo, hoxe isto non é posible xa que KaoS se trasladou ao acelerador MAMI

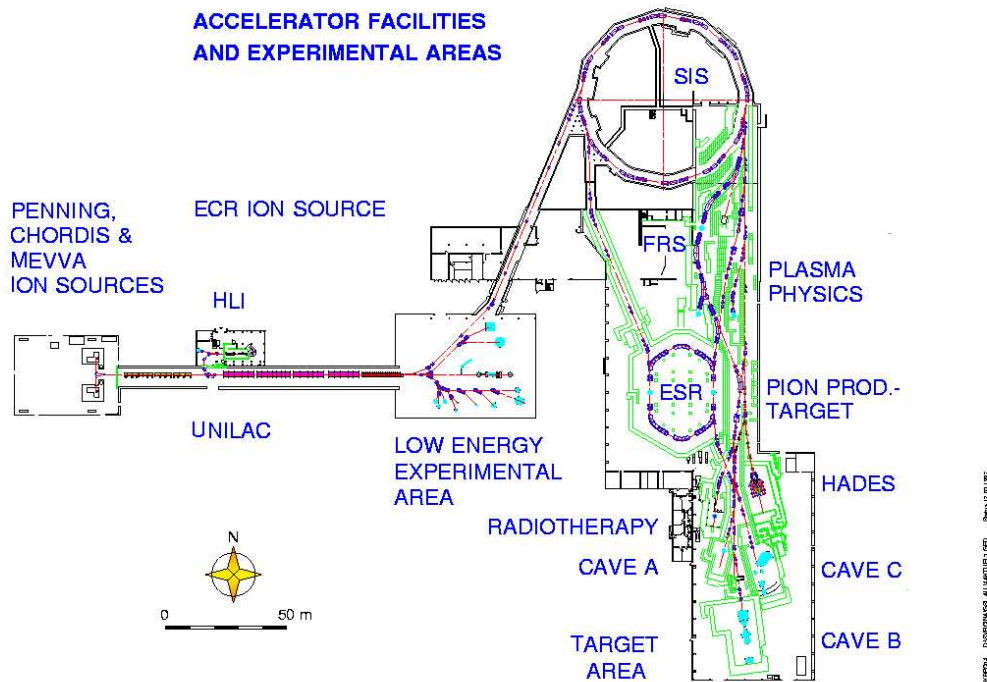


Figura 1.1: Instalacións do *Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)* en Darmstadt (Deutschland)

(Mainz) para outro tipo de estudos.

O noso traballo centrouse na simulación do dispositivo ALADIN co obxectivo de optimizalo e avaliar a eficiencia e as resolucións que con el se poden acadar. A simulación inclúe descripcións realistas da interacción dos ións coa materia e da xeometría asociada ao experimento.

Prestouse especial atención á reconstrución das traxectorias dos fragmentos de disociación coulombiana e ao desenvolvemento dun método co que determinar as súas rixideces magnéticas ou momentos a partir das posicións rexistradas nos detectores de posición, buscando unha resolución suficiente para a análise dos datos experimentais.



# Capítulo 2

## Descripción das simulacións

As simulacións realizáronse co paquete de software Geant 3.21 [19], [20], desenrolado orixinariamente no CERN como ferramenta para experimentos a altas enerxías. En liñas xerais, este código permite:

- Unha simulación completa do dispositivo experimental.
- A implementación de xeradores de sucesos Monte-Carlo.
- O rastreo das partículas a través do dispositivo experimental.
- A reprodución da resposta dos detectores.
- A visualización dos detectores e das traxectorias das partículas.

Introducíronse certas modificacións sobre o software orixinal para obter unha descripción máis realista da interacción dos ións coa materia. Como se verá nas seccións seguintes, estas correccións son importantes cando se quere traballar con ións pesados xa que o código está deseñado en principio para traballar con partículas lixeiras. Así, aínda que se respetaron as estimacións propias de Geant 3.21 para a dispersión angular, as perdas de enerxía e a dispersión en enerxía calculáronse coas subrutinas do código AMADEUS [21], [22]. Os cálculos de AMADEUS están en bo acordo cos datos experimentais dispoñibles e coas estimacións do programa ATIMA [23] elaborado no GSI.

Ademáis, dispoñemos de varios xeradores de sucesos; entre eles, un xerador de sucesos de disociación coulombiana do  ${}^8B$  a  $250MeV/u$  que, como xa se mencionou na introducción, foi analizada no GSI co espectrómetro KaoS e serviu de referencia para o noso traballo.

Neste capítulo explicaranse con detalle as subrutinas que dan conta da interacción dos ións coa materia, os xeradores de sucesos implementados e o dispositivo experimental que se simulou.

## 2.1. Interacción dos ións coa materia

Os principais efectos a ter en conta debidos á interacción dos ións coa materia son a perda de enerxía, a dispersión en enerxía e a dispersión angular. O noso traballo requerirá unha descrición o máis precisa posible destes procesos xa que disto dependerán a fiabilidade das nosas conclusións e súa aplicación á situación real.

En concreto, será importante unha boa reprodución da enerxía perdida polas partículas ao atravesar unha capa de materia xa que a enerxía que leve un ión determinará a súa traxectoria a través do imán ALADIN. Este interese nunha simulación realista das traxectorias quedará xustificado no capítulo 3, pois o método que se propón para calcular a rixidez magnética  $B\rho$  dos fragmentos de disociación coulombiana baséase nunha interpolación sobre as traxectorias simuladas e supón polo tanto que as traxectorias simuladas coinciden coas reais; de non ser así perderíase resolución en  $B\rho$  ou simplemente o método non podería utilizarse.

No caso de Geant, o rastreo dunha partícula ao longo do dispositivo experimental faise dividindo a súa traxectoria nunha serie de pasos con tamaño  $s$ . En principio, o tamaño do paso dentro dunha certa capa de materia é calculado automaticamente polo código tendo en conta características do material como a densidade, o número atómico, o número másico, *etc*; aínda que tamén existe a posibilidade de fixalo a man.

## 2.2. Perdas de enerxía

O valor esperado da tasa de perda de enerxía por unidade de lonxitude  $x$  percorrida nun material denomínase *poder de freado*,  $S = -dE/dx$ . Cando un está interesado na enerxía perdida por unha partícula cargada, o poder de freado acostuma a dividirse en dous termos: o que dá conta da enerxía perdida en interaccións de colisión e o poder de freado radiactivo. Este último pode asumirse como debido exclusivamente á produción de radiación *bremstrahlung* e só é importante para electróns e positróns, as únicas partículas suficientemente lixeiras como para xenerar unha radiación *bremstrahlung* significativa.

En canto ao termo correspondente ás colisións, que é o que nos interesa, engloba a contribución das chamadas colisións suaves onde o proxectil pasa a certa distancia do átomo do branco e a contribución das colisións duras.

A parte debida ás colisións suaves foi calculada por Bethe sobre a base da aproximación de Born, segundo a cal a velocidade da partícula incidente  $v = \beta c$  é moito maior que a velocidade dos electróns atómicos do branco en órbitas de Bohr  $u$ , o erro nesta aproximación é da orde de  $(u/v)^2$  e o cálculo só é válido cando

$$(u/v)^2 \sim (Z/137\beta)^2 \ll 1.$$

Para a enerxía perdida en colisións duras tense unha fórmula distinta segundo a partícula incidente sexa un electrón, un positrón ou un ión. No caso dos ións, a suma dos termos asociados aos dous tipos de colisións lévanos á seguinte expresión para o poder de freado total

$$\frac{S}{\rho} = 0.3071 \frac{ZZ_p^2}{A\beta^2} \left[ 13.8373 + \ln \left( \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \right) - \beta^2 - \ln I \right] [MeV/cm^2g] \quad (2.1)$$

onde  $Z$ ,  $A$  e  $I$  son respectivamente o número atómico, o número másico e o potencial medio de ionización para un átomo do branco,  $\rho$  é a densidade do branco e  $Z_p$  e  $\beta$  son o número atómico e a velocidade do proxectil.

Existen unha serie de correccións, que modifican este resultado para dar

$$\frac{S}{\rho} = 0.3071 \frac{ZZ_p^2}{A\beta^2} \left[ 13.8373 + \ln \left( \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \right) - \beta^2 - \ln I - \frac{C}{Z} - \delta \right] [MeV/cm^2g] \quad (2.2)$$

■ **Corrección de capa,  $C/Z$**

A medida que a velocidade da partícula incidente se achega á velocidade dos electróns do medio, a participación destes no proceso de colisión diminúe de maneira gradual ata facerse nula; dado que os electróns K son os de maior velocidade orbital serán os primeiros en verse afectados, logo os L e así sucesivamente.

En consecuencia, cando a velocidade da partícula incidente deixa de ser moito maior ca dos electróns do medio, a aproximación de Born xa non pode aplicarse e tampouco a ecuación de Bethe que, ao non ter en conta este fenómeno, sobreestima o poder de freado.

A corrección  $C/Z$  é a mesma para todas as partículas cargadas coa mesma velocidade  $\beta$ , o seu valor depende do medio e da velocidade do proxectil.

■ **Corrección por polarización,  $\delta$**

Este termo non é necesario en medios pouco densos coma os gases; pero no caso de líquidos e sólidos a polarización do medio diminúe a enerxía que perde o proxectil nas colisións suaves. O parámetro  $\delta$  é función da composición e da densidade do medio e tamén da velocidade da partícula incidente; só comeza a ser relevante para enerxías da orde da masa en repouso do proxectil, de maneira que a súa importancia é maior para as partículas máis lixeiras, coma os electróns.

### 2.2.1. Códigos de simulación

#### Geant 3.21

Nas primeiras versións de Geant, a enerxía perdida por unha partícula ao dar un paso de tamaño  $s$  nun certo material estimábase como

$$\Delta E = \frac{dE}{dx} \times s \quad (2.3)$$

onde a cantidade  $dE/dx$  estaba tabulada para protóns en distintos materiais e o seu valor a unha enerxía dada  $E_0$  se calculaba mediante unha interpolación lineal nas táboas

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{E=E_0} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E=E_i} + \frac{E_0 - E_i}{E_{i+1} - E_i} \left( \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E=E_{i+1}} - \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E=E_i} \right) \quad (2.4)$$

$$E_i < E_0 < E_{i+1}$$

aplicándose logo unha lei de escalamento sobre os resultados para protóns no caso de querer estimar a perda de enerxía correspondente a outros ións.

Pero o erro que se cometía coa interpolación lineal non era en absoluto desprezable a baixas enerxías e sempre se subestimaba  $\Delta E$ , de maneira que as partículas percorrían demasiada distancia antes de pararse.

Para corrixir o problema, introduciuse un novo elemento no cálculo, o *rango de freado*. Este defínese como a distancia máxima que a partícula pode viaxar antes de perder toda a súa enerxía e deterse, expresado matematicamente para unha partícula de enerxía  $E_0$

$$R = \int_{E_0}^0 \frac{dx}{dE} dE = \int_0^{E_0} -\frac{dx}{dE} dE \quad (2.5)$$

Elaborouse unha nova táboa cos rangos de freado, integrando as cantidades inversas aos  $dE/dx$  xa tabulados.

Durante o rastreo da partícula o algoritmo que emprega Geant 3.21 para calcular as perdas de enerxía é o seguinte :

1. Para cada partícula existe unha enerxía umbral por debaixo da cal non continúa o rastreo, pois o código considera que se detén. O primeiro que se fai é avaliar o rango de freado que correspondería a esta enerxía umbral.
2. A partires da enerxía da partícula obtense o rango de freado interpolando na táboa de rangos coa fórmula



$$R_0 = -B_I + \frac{A_I}{|A_I|} \sqrt{B_I^2 + \left(C_I - \frac{E_0}{A_I}\right)} \quad (2.6)$$

onde  $A_I, B_I$  e  $C_I$  son os parámetros da interpolación.

3. Estímase o rango de freado para a partícula despois de cada paso  $s$  segundo

$$R'_0 = R_0 - s \quad (2.7)$$

Se  $R'_0$  resulta menor ca o rango estimado inicialmente para a enerxía umbral da partícula significa que  $E'_0$  é menor ca enerxía umbral e polo tanto o rastreo da partícula detense. En caso contrario, a enerxía final avalíase como

$$E'_0 = A_I(C_I + R'_0(2B_I + R'_0)) \quad (2.8)$$

4. A obtención da enerxía perdida é inmediata

$$\Delta E = E_0 - E'_0 \quad (2.9)$$

O código Geant é aplicable nun extenso rango de enerxías, que van desde 10  $KeV$  ata 100  $GeV$ . Como se verá máis adiante, a súa maior deficiencia está nos cálculos de  $\Delta E$  para ións pesados xa que se calcula a enerxía perdida por protóns e logo se extrapola empregando uns factores de escalamento que non son sempre os máis axeitados.

## AMADEUS

O código AMADEUS emprega un algoritmo semiempírico para avaliar as perdas de enerxía, baseado en medidas de  $\Delta E$  realizadas para ións pesados relativistas. A súa aplicabilidade está restrinxida a enerxías entre 100  $MeV/u$  e 2  $GeV/u$  e non se espera unha boa reprodución de  $\Delta E$  a baixas enerxías.

A idea básica consiste en parametrizar o rango dos ións nun certo material mediante unha función analítica invertible  $R(E)$ . Se  $E_i$  e  $E_f$  son as enerxías da partícula antes e despois de atravesar unha capa de materia de espesor  $x$ , entón

$$R_f = R(E_f) = R(E_i) - x \quad (2.10)$$

Como a función  $R(E)$  pode invertirse para obter  $E(R)$ , temos que  $E_f = E(R = R_f)$  e a enerxía perdida no espesor  $x$  sería

$$\Delta E(x) = E_i - E_f \quad (2.11)$$

Para determinar a función  $R(E)$  calculouse o rango de varios proxectís en distintos materiais mediante a integración numérica dos correspondentes poderes de freado. Feito isto, axústáronse os valores polo método de mínimos cadrados á función

$$R(Z_p, A_p, E/A_p) = k \frac{A_p}{Z_p^2} 10^k \quad [mg/cm^2] \quad (2.12)$$

onde  $A_p$  e  $Z_p$  son respectivamente a masa e o número atómico do proxectil e  $E/A_p$  é a súa enerxía en  $MeV/u$ . O parámetro  $k$  é unha combinación polinómica e logarítmica de distintas potencias de  $Z_p$  e  $E/A_p$ .

Como dixemos, esta expresión pode invertirse para obter a enerxía como función do rango da partícula, i.e.  $E(Z_p, A_p, R)$ . Deste xeito o código AMADEUS estima as perdas de enerxía sen necesidade de integrar ningunha expresión para poderes de freado durante o procedemento e o tempo de computación é menor respecto a outros códigos.

### 2.2.2. Comparación dos códigos

Proxectil	$E_i$ [MeV/u]	Branco	$\Delta_{AMADEUS}$ [%]	$\Delta_{Geant3.21}$ [%]
$^{18}O$	690.	<i>Be</i>	0.8	1.6
	690.	<i>C</i>	0.0	1.4
$^{40}Ar$	985.	<i>Be</i>	-0.5	0.7
	985.	<i>Cu</i>	0.6	1.6
	985.	<i>Pb</i>	0.0	0.7
$^{86}Kr$	420.	<i>Be</i>	0.5	-2.2
	900.	<i>Be</i>	0.7	-1.8
$^{136}Xe$	780.	<i>C</i>	-0.4	-5.9
	780.	<i>Al</i>	-0.3	-5.8
$^{197}Au$	117.	<i>Be</i>	-4.7	7.6
	255.7	<i>Al</i>	-1.9	-2.5
$^{208}Pb$	130.7	<i>Be</i>	-2.7	8.6
	201.8	<i>Ta</i>	-1.	2.6
$^{207}Bi$	264.0	<i>Be</i>	0.2	-0.2
	500.1	<i>Ag</i>	-0.5	-7.4
	866.7	<i>Al</i>	-1.4	-8.6
$^{208}U$	900.	<i>Al</i>	0.5	-8.4
	900.	<i>Cu</i>	-0.8	-8.7

Cadro 2.1: Desviacións dos poderes de freado calculados por Geant 3.21 e AMADEUS respecto a datos experimentais. Resultados recollidos en [24]

Poden compararse as estimacións de Geant 3.21 e AMADEUS con algúns dos datos experimentais dispoñibles para poderes de freado [24]. O cadro 2.1 recolle as desviacións dos resultados obtidos con cada código respecto aos valores medidos para distintas combinacións de proxectís e brancos a varias enerxías.

Os poderes de freado obtidos con AMADEUS están en bo acordo cos datos experimentais. Sen embargo, non acontece o mesmo cando se emprega Geant 3.21; como pode observarse, as estimacións feitas con este código van afastándose dos valores medidos segundo se consideran ións máis pesados, chegando as desviacións ata un 10 % na rexión do uranio.

Tendo isto en conta, implementáronse en Geant 3.21 as subrutinas de AMADEUS para avaliar as perdas de enerxía, pois os resultados proporcionados por AMADEUS son en xeral mellores aínda cando os ións son lixeiros e ademáis a corrección é necesaria se nalgún intre queremos considerar nas nosas simulacións masas superiores a  $A = 86$ .

## 2.3. Dispersión en enerxía

Debido á natureza estatística do proceso de perda de enerxía, prodúcense fluctuacións na cantidade de enerxía depositada por unha partícula nunha certa capa de materia e un feixe inicialmente monoenerxético deixará de selo despois de atravesar un certo espesor  $x$ .

A descripción das fluctuacións caracterízase polo parámetro  $k$ , que é proporcional á razón entre a enerxía que se perde en promedio e a máxima enerxía que pode transferirse nunha soa colisión  $W_{max}$

$$k = \frac{\zeta}{W_{max}} \quad (2.13)$$

Para unha partícula de masa  $M$  que incide sobre o branco con velocidade  $\beta$ , temos que

$$W_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\frac{m_e}{M} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2} \quad (2.14)$$

En canto a  $\zeta$ , provén da sección eficaz de dispersión Rutherford e defínese como

$$\zeta = \frac{2\pi Z_p^2 e^4 N_A Z \rho x}{m_e \beta^2 c^2 A} = 153.4 \frac{Z_p Z}{\beta^2 A} \rho x \text{ [KeV]} \quad (2.15)$$

onde  $Z_p$  é a carga do proxectil,  $N_A$  o número de Avogadro,  $Z$  o número atómico do material,  $A$  o peso atómico do material,  $\rho$  a densidade e  $x$  o espesor.

$k$  mide a contribución das colisións onde se transfere unha enerxía próxima a  $W_{max}$ , o seu valor distingue entre dúas situacións distintas:

### **Espesores grandes, $k < 10$ : Límite gaussiano**

Cando a capa de materia té n un espesor tal que o número de colisións que experimenta un ión ao atravesala é suficientemente elevado, a enerxía total transferida componse de multitude de perdas pequenas e amosa un comportamento gaussiano.

Isto dedúcese de maneira inmediata do Teorema Central do Límite, onde se enuncia que a suma de  $N$  variables aleatorias segue unha distribución de Gauss cando  $N \rightarrow \infty$ ; sendo as nosas variables aleatorias as enerxías perdidas en cada colisión. Entón, se asumimos que o número de colisións é grande de abondo; a enerxía total perdida aproxímarase á distribución de Gauss

$$f(x, \Delta E) \propto \exp\left(\frac{-(\Delta E - \overline{\Delta E})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.16)$$

sendo  $x$  o espesor atravesado,  $\Delta E$  a variable enerxía perdida,  $\overline{\Delta E}$  a enerxía perdida promedio e  $\sigma$  a anchura da gaussiana, que nos proporciona unha medida cuantitativa da dispersión.

Para partículas non relativistas, a anchura  $\sigma$  foi calculada por Bohr

$$\sigma_{Bohr}^2 = 4\pi Z_p^2 N_A Z x \quad [MeV^2] \quad (2.17)$$

sendo  $Z_p$  o número atómico do proxectil e  $N_A$  o número de Avogadro.

Para partículas relativistas

$$\sigma^2 = \frac{1 - \frac{1}{2}\beta^2}{1 - \beta^2} \sigma_{Bohr}^2 \quad [MeV^2] \quad (2.18)$$

onde  $\beta$  é a velocidade da partícula.

### **Espesores pequenos, $k < 10$ : Teorías de Landau e Vavilov**

Neste caso o número de colisións non é suficiente para aplicar o Teorema Central do Límite e o cálculo da distribución de enerxía perdida resulta extremadamente complexo debido á posibilidade de que se transfira unha grande parte da enerxía

nunha única colisión. Aplícanse as teorías de Landau [25] para  $0.01 < k < 10$  e de Vavilov [26] para  $k < 0.01$ .

### 2.3.1. Códigos de simulación

#### Geant 3.21

Este código emprega as teorías de Landau, Vavilov e a gaussiana dependendo do espesor do medio. Ademáis inclúe modelos específicos que teñen en conta a estrutura atómica do branco cando os espesores son tan pequenos que non poden ser tratados sequer coa teoría de Landau.

Para materiais grosos a distribución de enerxía perdida aproxímase a unha gaussiana de anchura

$$\sigma^2 = 153.4 \frac{z}{\beta^2} \frac{Z}{A} \rho x \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) W_{max} [KeV^2] \quad (2.19)$$

#### AMADEUS

AMADEUS asume que as capas de materia teñen un espesor suficiente como para que a enerxía perdida se comporte de maneira gaussiana. A anchura da distribución

$$\sigma = 0.0089 \left(\frac{E_i}{E_f}\right)^{1/3} \frac{Z_p}{A_p} \sqrt{\frac{Z_t}{A_t} x [mg/cm^2] (\delta^2 + 1)} \quad (2.20)$$

sendo  $Z_p$ ,  $Z_t$ ,  $A_p$  e  $A_t$  os números atómicos e máxicos do proxectil e do branco e  $x$  o espesor atravesado. En canto a  $\delta$ , depende das enerxías da partícula á entrada e á saída do medio,  $E_i$  e  $E_f$

$$\delta = 1 + \frac{E_i + E_f}{1863 [MeV/u]} \quad (2.21)$$

### 2.3.2. Comparación dos códigos

Neste caso non pode facerse unha comparación respecto a valores medidos xa que case non existen datos dispoñibles. Non obstante, os resultados proporcionados por Geant 3.21 e AMADEUS foron comparados entre si e resultaron claramente distintos [24]; ademáis atopouse que as estimacións de Geant 3.21 non reproducían un comportamento ben coñecido como é o aumento da dispersión coa enerxía da partícula. Así pois, decidiuse reemplazar as subrutinas de Geant 3.21 polas de AMADEUS para o cálculo da dispersión en enerxía.

## 2.4. Dispersión angular

Cando unha partícula atravesa unha capa de materia experimenta unha certa deflexión respecto á súa traxectoria orixinal debida á interacción cos átomos do medio. Este efecto é bastante maior para partículas cargadas xa que son deflectadas polo campo electromagnético dos núcleos e os electróns en numerosas colisións elásticas.

O problema pode abordarse desde un punto de vista estatístico para obter a distribución de probabilidade do ángulo de deflexión como función do espesor e das propiedades do material atravesado. No caso de que a deflexión neta sexa pequena pode empregarse unha aproximación gaussiana, unha expresión empírica para a anchura desta gaussiana foi proposta por Highland [28]

$$\sqrt{\langle\theta^2\rangle} = \frac{20 [MeV/c] Z_p \sqrt{\frac{x}{X_0}}}{p\beta} \left(1 + \frac{1}{9} \log_{10} \left(\frac{x}{X_0}\right)\right) \quad (2.22)$$

sendo  $Z_p$  a carga do proxectil,  $p$  e  $\beta$  o seu momento e a súa velocidade,  $x[cm]$  o espesor atravesado e  $X_0$  a lonxitude de radiación do material.

### 2.4.1. Códigos de simulación

#### Geant 3.21

A expresión Highland leva a resultados erróneos cando de aplica en cada paso de integración porque  $\theta(x_1 + x_2) \neq \sqrt{\theta^2(x_1) + \theta^2(x_2)}$ , de maneira que non se pode empregar nun código como Geant. Para evitar esta limitación Geant 3.21 utiliza a fórmula

$$\langle\theta^2\rangle = 2 \frac{\chi_c^2}{1 + F^2} \left(\frac{1 + \nu}{\nu} \ln(1 + \nu) - 1\right) \quad (2.23)$$

sendo

$$\nu = \frac{\Omega_0}{2(1 - F)}$$

$$\Omega_0 = \frac{\chi_c^2}{1.167\chi_a^2}$$

$$\chi_c^2 = 0.157 Z_p \left(\frac{Z_t(Z_t + 1)}{A_t}\right) \frac{x[mg/cm^2]}{p^2\beta^2}$$

$$\chi_a^2 = 2.007 \times 10^{-5} Z_t^{2/3} p^{-2} \left(1 + 3.34 \left(\frac{Z_t Z_p \alpha}{\beta}\right)^2\right)$$

A variable  $p$  é o momento do proxectil,  $x$  o espesor e  $\alpha$  a constante de estrutura fina. O parámetro  $\Omega_0$  pode interpretarse como o número medio de colisións.  $F$  dá conta a fracción da distribución de Moliere a considerar, debe ser menor ca 1 para que  $\langle \theta^2 \rangle$  sexa finito.  $\chi_c$  depende das características do material e da enerxía do proxectil e  $\chi_a$  representa o apantallamento electrónico dos núcleos do branco. En Geant 3.21  $F = 0.98$  e  $\Omega_0 = 40000$ .

## AMADEUS

Calcula a dispersión angular mediante a expresión Highland, pero modificada como segue

$$\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \frac{14.1 [MeV/u]}{\sqrt{\beta_i p_i \beta_f p_f}} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left( 1 + \frac{1}{9} \log_{10} \left( \frac{x}{X_0} \right) \right) \quad (2.24)$$

onde  $\beta_i$ ,  $p_i$ ,  $\beta_f$  e  $p_f$  son a velocidade e o momento antes e despois de atravesar o material.

A lonxitude de radiación  $X_0$  calcúlase coa fórmula

$$X_0 = \frac{716.405A}{Z^2} \left[ \ln \left( \frac{184.15}{Z^{1/3}} \right) - 1.202\alpha^2 Z^2 + 1.0369Z^4 - \frac{1.008\alpha^6 Z^6}{1 + \alpha^2 Z^2} \right] \quad (2.25)$$

### 2.4.2. Comparación dos códigos

Fixéronse cálculos da dispersión angular para diferentes combinacións proxectil-branco a varias enerxías, escolléndose en cada caso o espesor do branco como o 10 % do rango de freado. Os resultados obtidos cos dous códigos amósanse no cadro 2.2.

Obsérvase que as estimacións de Geant 3.21 e AMADEUS están bastante próximas a pesares de que os métodos que empregan son moi distintos; a diferenza entre ambos é constante, atopándose os cálculos de Geant 3.21 sempre uns 0.2 *mrad* por enriba dos de AMADEUS.

En calquera caso, os valores proporcionados por Geant 3.21 foron comparados con datos experimentais para o  $^{238}\text{U}$  [24],[27] e achouse que están en bo acordo, de maneira que non se considerou necesario alterar o código para a avaliación da dispersión angular. A precisión de Geant 3.21 para a dispersión angular é mellor ca o 2 % [20].

Proxectil	Energía [MeV/u]	Branco	$\sigma(\theta)_{AMADEUS}$ [mrad]	$\sigma(\theta)_{Geant3.21}$ [mrad]
$^{136}\text{Xe}$	780.0	<i>Be</i>	0.54	0.700
	780.0	<i>C</i>	0.650	0.819
	780.0	<i>Cu</i>	1.466	1.670
$^{197}\text{Au}$	115.3	<i>Be</i>	0.467	0.643
	257.7	<i>Be</i>	0.460	0.626
	117.0	<i>Al</i>	0.848	1.056
	950.0	<i>Al</i>	0.767	0.929
	110.9	<i>Cu</i>	1.265	1.496
$^{208}\text{Pb}$	255.5	<i>Pb</i>	2.242	2.529
	130.7	<i>Be</i>	0.456	0.626
	201.8	<i>Be</i>	0.452	0.618
	120.4	<i>Al</i>	0.828	1.029
$^{238}\text{U}$	193.3	<i>Cu</i>	1.251	1.481
	900.0	<i>C</i>	0.472	0.597

Cadro 2.2: *Dispersións angulares calculadas por Geant 3.21 e AMADEUS. O espesor dos brancos escolleuse como o 10% do rango de freado do proxectil.*

## 2.5. Dispositivo experimental simulado

O dispositivo experimental para o estudo dos fragmentos de disociación coulombiana componse fundamentalmente do branco, o dipolo ALADIN e un conxunto de detectores de posición que nos permitirán facer o rastreo dos fragmentos e reconstruír as súas traxectorias.

Tanto o imán coma os detectores considerados nas simulacións teñen as características dos que se empregarán no futuro para a medida das disociacións coulombianas do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$ , estes últimos atópanse aínda en construción.

O efecto da resolución espacial dos detectores implementouse nas simulacións do seguinte xeito:

1. Gárdase a posición exacta da partícula no detector,  $x_0$ , esta sería e medida para unha resolución infinita.
2. Se lanzamos varias veces a partícula anterior e tivesemos detectores cunha certa resolución finita  $\sigma$  non se medirían sempre as mesmas posicións, senón que se tería unha distribución gaussiana de anchura  $\sigma$  e valor medio igual a  $x_0$ .
3. Para unha partícula dada, a posición que se tomará finalmente será un valor escollido aleatoriamente dentro da distribución gaussina anterior.



En canto ao branco, escolleuse un branco de  $^{208}\text{Pb}$  análogo ao que se empregou no GSI para o experimento co  $^8\text{B}$ .

A continuación describíranse os diferentes elementos que se incluíron nas simulacións; as posicións de cada un especificáranse no sistema de referencia do volume nai onde se atopan, que denominamos Hall.

■ **Volume nai Hall**

Como xa se mencionou, Hall é o volume nai no que simulamos o noso dispositivo experimental; i.e., é o entorno que rodea ao dispositivo experimental. As súas dimensións e o medio escollido amósanse na táboa

Dimensións $x \times y \times z$ [m]	18. × 8. × 8.
Medio	aire ou baleiro

Para este volume defínese un sistema de referencia  $(x, y, z)$  con orixe no seu centro, será o sistema de coordenadas respecto ao que se darán as posicións dos elementos simulados, ver figura 2.5.

■ **Branco de  $^{208}\text{Pb}$**

As características do branco son

Posición en Hall $(x, y, z)$ [cm]	(0., 0., -350.)
Dimensións $x \times y \times z$ [cm]	3.2 × 2.4 × 0.004
Espesor [ $\text{mg}/\text{cm}^2$ ]	50.

A necesidade dun branco de alto número atómico coma o  $^{208}\text{Pb}$  débese a que estamos interesados xustamente na interacción co campo electromagnético que induce. Ademáis, o feito de tratarse dun branco estable e de que as seccións eficaces sexan moito maiores ca por exemplo nas reaccións de captura permítenos utilizar un branco de pouco grosor, que repercutirá nunha maior precisión para os nosos resultados.

■ **Detectores de  $\text{Si}$  multipista**

As características destes detectores son

Posición en Hall $(x, y, z)$ [cm]	(0., 0, -335.)
Dimensións $x \times y \times z$ [cm]	7. × 4. × 0.03
Espesor [ $\text{mg}/\text{cm}^2$ ]	69.9
Resolución $\sigma$ [ $\mu\text{m}$ ]	30.

Despois do branco, a unha distancia de 15 *cm*, temos dous pares de detectores deste tipo, separados 15 *cm* entre si. Con eles medimos dúas veces as posicións (*x*, *y*) dos fragmentos de disociación coulombiana antes da súa entrada no imán. Esta información empregarase máis tarde para reconstruír os ángulos cos que os fragmentos saen do branco e tamén para a determinación dos seus respectivos momentos.

■ **Dipolo ALADIN**

As características de ALADIN <sup>1</sup> son

Posición en Hall ( <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> ) [ <i>cm</i> ]	(16.82, 0., -120.)
Dimensións oco interior <i>x</i> × <i>y</i> × <i>z</i> [ <i>cm</i> ]	150. × 50. × 216.
Medio no interior	<i>He</i>

A orientación do imán forma un ángulo de 9.2° respecto ao eixo *Z* do volume nai Hall.

Trátase dun imán de caracter dipolar, do que se simulou unicamente o oco interior. Nun principio barallouse a posibilidade de poñer o interior do imán en baleiro para eliminar a dispersión angular nesta rexión, pero esta posibilidade foi rexeitada debido a que se requirirían unhas fiestras moi grosas á entrada e á saída para separalo do exterior. O máis viable é encher o interior de ALADIN cun gas, escolleuse o *He* por ser un medio menos denso ca o aire, de maneira que a dispersión que experimentan os ións ao atravesalo tamén é menor.

En canto ao campo magnético, pode seleccionarse un campo homoxéneo na dirección vertical *Y* ou un campo inhomoxéneo calculado con OPERA [29] que reproduce o comportamento real de ALADIN.

O dipolo ALADIN será o que nos permita separar espacialmente os fragmentos segundo sexan partículas lixeiras coma o protón ou ións máis pesados coma o <sup>7</sup>*Be* e segundo o seu momento, pois o radio de curvatura  $\rho$  para unha partícula de carga *Z* e masa *A* movéndose nun campo magnético *B* a velocidade  $\beta$  vén dado pola expresión

$$B\rho = \frac{Am_0}{Ze}\beta\gamma c = 3.107\frac{A}{Z}\gamma\beta \quad [Tm] \quad (2.26)$$

sendo *e* a carga do electrón, *m*<sub>0</sub> a masa dunha unidade de masa atómica e *c* a velocidade da luz no baleiro.

---

<sup>1</sup>Ver apéndice B para máis detalles sobre o imán ALADIN.

■ Cámaras de deriva

As características das cámaras de deriva son

Posición en Hall ( $x, y, z$ ) [cm]	$(531.60, 0.809.)_{\text{protons}}$ $(287.14, 0., 809.)_{\tau\text{Be}}$
Dimensións $x \times y \times z$ [cm]	$100. \times 80. \times 6.$
Espesor [ $\text{mg}/\text{cm}^2$ ]	6.
Resolución $\sigma$ [ $\mu\text{m}$ ]	200.

O medio do seu interior é unha mezcla gaseosa composta nun 50% de  $Ar$  e nun 50% de  $C_2H_6$ .

Simuláronse dúas cámaras destas características, nas que se rexistrarán as posicións  $(x, y)$  dos protóns e dos ións resultantes da disociación coulombiana 8 m despois do imán. Estas posicións dependerán fundamentalmente das coordenadas dos fragmentos á entrada de ALADIN, do ángulo co que entran e do momento que levan e serán cruciais para a reconstrución experimental dos momentos.

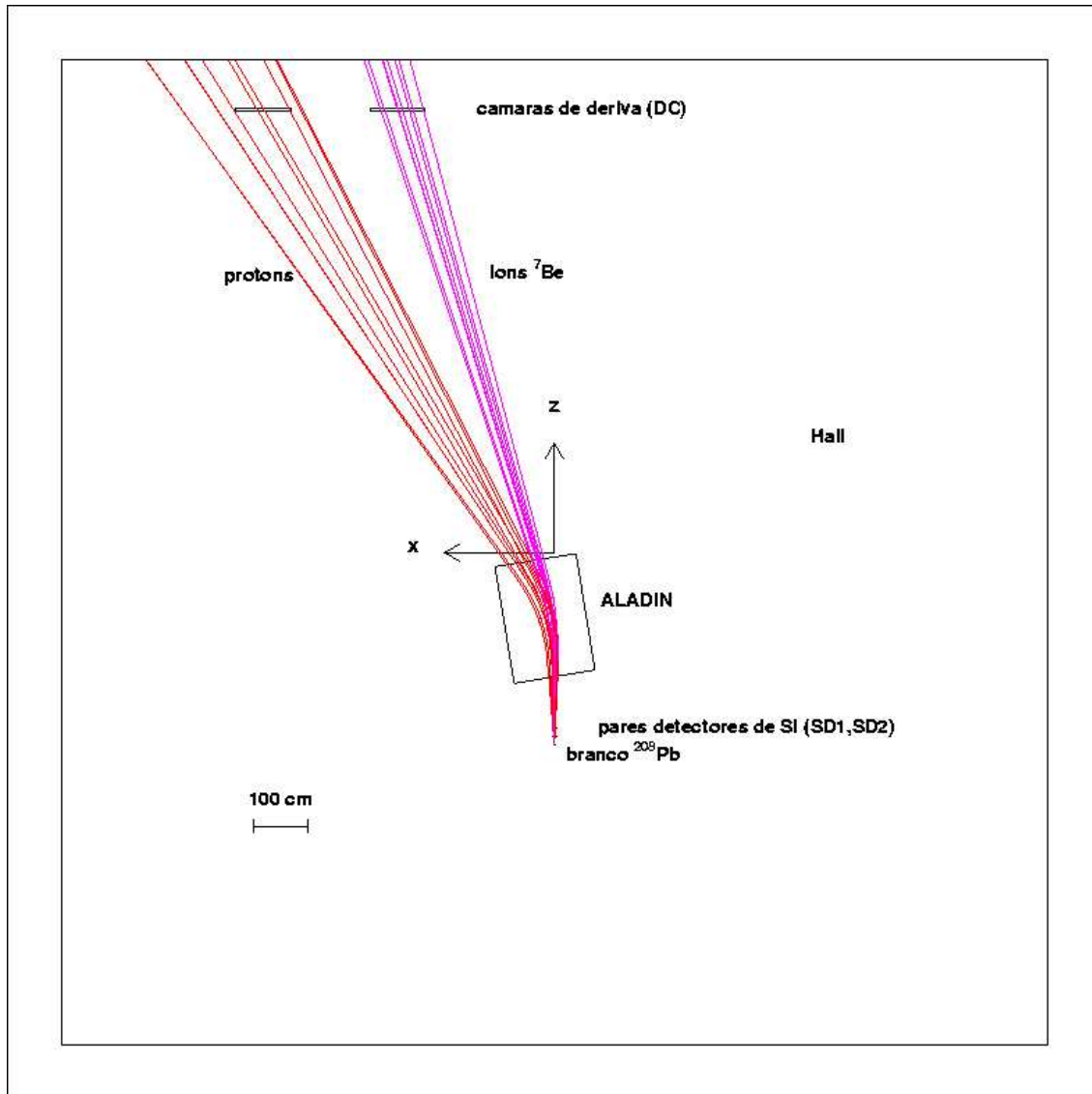


Figura 2.1: *Dispositivo experimental simulado.*

## 2.6. Xeradores de sucesos

Para a realización deste traballo precisáronse tres xeradores de sucesos, que se describirán a continuación. En principio, para todos eles a traxectoria das partículas parte do centro do branco de  $^{208}\text{Pb}$ ; no experimento real disporase de detectores de rastreo antes do branco para o feixe incidente que permitirán coñecer o punto de interacción, i.e., o punto do que parten as traxectorias dos fragmentos de disociación coulombiana.

### ■ Sucesos de disociación coulombiana do $^8\text{B}$ a $250\text{MeV}/u$

Este xerador empregouse nas simulacións coas que se compararon os datos experimentais obtidos no GSI co espectrómetro KaoS [16]. Permítenos simular o protón e o fragmento  $^7\text{Be}$  resultantes da disociación coulombiana do  $^8\text{B}$ ,  $^{208}\text{Pb}(^8\text{B}, ^7\text{Be} + p)^{208}\text{Pb}$ , a unha enerxía de  $250\text{MeV}/u$ .

A sección eficaz da reacción que determina a probabilidade de cada suceso calcúlase co modelo desenrolado por Bertulani [4], onde a excitación do proxectil ao interaccionar co campo electromagnético do branco se describe mediante a absorción de fotóns virtuais equivalentes e o espectro de fotóns virtuais vén dado pola transformada de Fourier do campo electromagnético. Para unha enerxía cinética relativa entre os dous fragmentos,  $E_{rel}$ , a sección eficaz repostaría á expresión

$$\frac{d^2\sigma_{CD}}{d\Omega dE_{rel}} = \frac{1}{E_{rel} + Q} \sum \frac{dn_{\pi\lambda}}{d\Omega} \sigma_{\gamma\pi\lambda} \quad (2.27)$$

sendo  $\sigma_{\gamma\pi\lambda}$  a sección eficaz de absorción dun fotón para unha multipolaridade  $\pi$  de orde  $\lambda$  e  $n_{\pi\lambda}$  o número de fotóns equivalentes  $\pi\lambda$ , que depende unicamente da carga, o parámetro de impacto e a velocidade do proxectil.

### ■ Transporte dun ión a través do dispositivo experimental

Geant permítenos reproducir o comportamento dun ión calquera atravesando o dispositivo experimental simulado. No noso caso interésannos por exemplo os fragmentos producidos na disociación coulombiana do  $^8\text{B}$ .

Os parámetros cinemáticos que determinarán a traxectoria do ión son a rixidez magnética  $B\rho$  e os ángulos polar e azimutal  $\theta$  e  $\phi$  cos que sae desde o punto de emisión no branco. Para estas tres cantidades fíxanse uns certos rangos dentro dos cales estarán todos os sucesos simulados. En canto á elección dos seus valores concretos, que se fai ao principio de cada novo suceso, contamos con dúas posibilidades:

- Poden varrerse os rangos en  $B\rho$ ,  $\theta$  e  $\phi$  comezando nos seus valores iniciais e incrementando logo nunha certa cantidade que nós escollemos o valor anterior. É dicir, para cubrir en  $B\rho$  o intervalo  $[3.85 Tm, 4.25 Tm]$  con pasos de  $0.1 Tm$  teríanse os seguintes sucesos  $B\rho = 3.85, 3.95, 4.05, 4.15, 4.25 Tm$ .
- A segunda opción consiste en moverse de maneira aleatoria, de maneira que en cada novo suceso os valores de  $B\rho$ ,  $\theta$  e  $\phi$  serán escollidos ao chou dentro dos intervalos fixados para cada variable.

# Capítulo 3

## Reconstrucción de trayectorias

En principio, a trayectoria dun fragmento ao longo do dispositivo ALADIN dependerá do punto de interacción no branco, dos ángulos polar  $\theta$  e azimutal  $\phi$  cos que é emitido e da súa rixidez magnética  $B\rho$ . Desde un punto de vista experimental, defínese a trayectoria mediante as posicións rexistradas nos detectores de rastreo, i.e. as posicións nos dous pares de detectores de silicio situados antes do imán  $(x_{SD1}, y_{SD1}, x_{SD2}, y_{SD2})$  e nas cámaras de deriva  $(x_{DC}, y_{DC})$  colocadas despois.

A reconstrucción da trayectoria do ión consistirá xustamente en determinar as magnitudes  $B\rho$ ,  $\theta$  e  $\phi$  asociadas aos observables  $(x_{SD1}, y_{SD1}, x_{SD2}, y_{SD2}, x_{DC}, y_{DC})$ . Feito isto, empregárase a información obtida para calcular os parámetros cinemáticos dos que depende a sección eficaz diferencial de disociación coulombiana, a saber, a enerxía cinética relativa entre os dous fragmentos producidos  $E_{rel}$  e o ángulo de dispersión  $\theta_8$ .

### 3.1. Cálculo dos ángulos polar e azimutal $\theta$ e $\phi$

#### 3.1.1. Método

A determinación dos ángulos polar e azimutal cos que se emite o fragmento desde o branco é inmediata a partires das posicións nos detectores de silicio, os cálculos son tan sinxelos como

$$\theta = \text{atan} \frac{\sqrt{(x_{SD2} - x_{SD1})^2 + (y_{SD2} - y_{SD1})^2}}{L} \quad \phi = \text{atan} \frac{y_{SD2} - y_{SD1}}{x_{SD2} - x_{SD1}} \quad (3.1)$$

onde  $L$  é a distancia que separa os dous pares de detectores.

Na figura 3.1 amósanse as distribucións real e reconstruída en  $\theta$  e  $\phi$  para os protóns e os ións  ${}^7\text{Be}$  producidos na disociación coulombiana do  ${}^8\text{B}$  a  $250 \text{ MeV}/u$ .

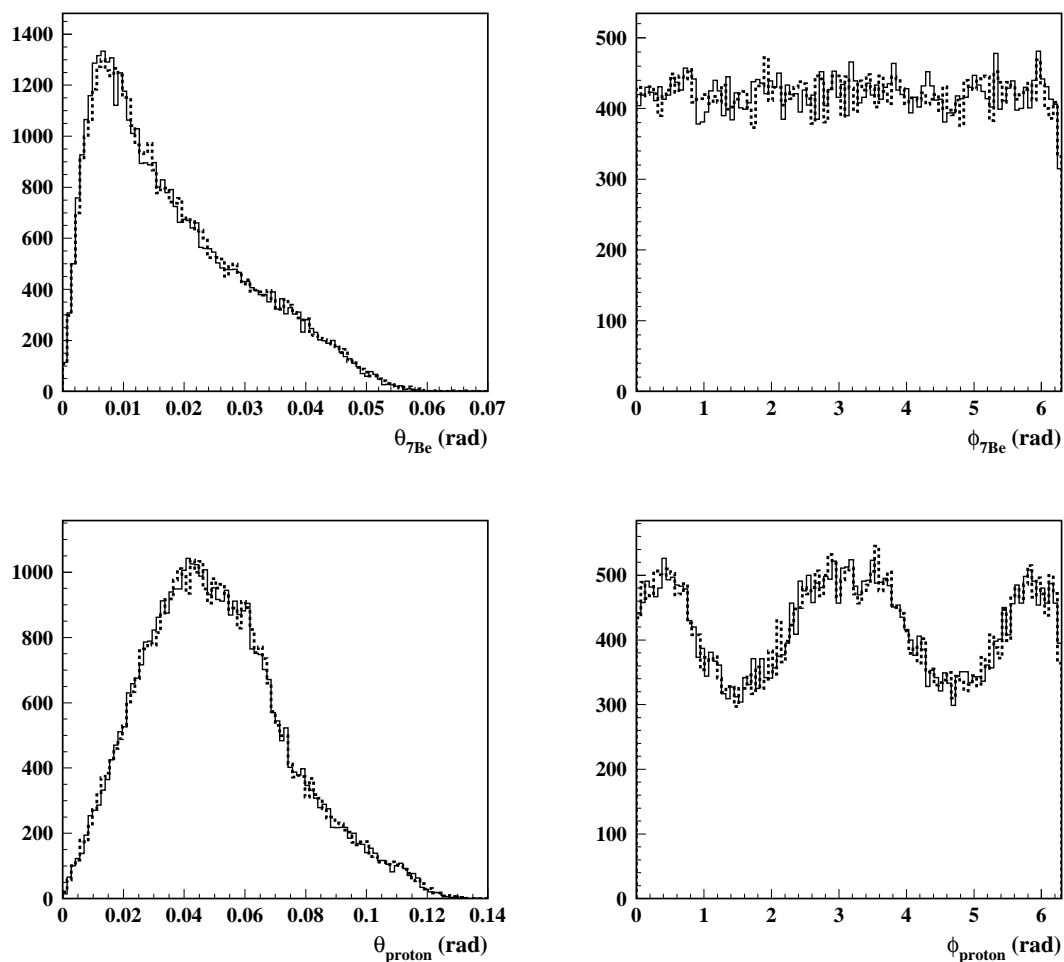


Figura 3.1: *Reconstrucción dos ángulos polar  $\theta$  e azimuthal  $\phi$ . A liña continua corresponde aos valores reais na simulación e a discontinua, aos reconstruídos. Nas simulacións tivéronse en conta os efectos da interacción coa materia e a resolución espacial dos detectores.*



A resolución en  $\theta$  e  $\phi$  vén unicamente determinada pola dispersión angular e a resolución dos detectores de silicio.

É interesante a forma da distribución en  $\phi$  para os protóns, onde o número de sucesos con  $\phi$  próximo a  $\pi/2$  ou a  $3\pi/2$  é moito menor. Este comportamento téñ unha explicación moi sinxela, a probabilidade de que se emita un protón é a mesma para calquera valor de  $\phi$ , pero a probabilidade de que o protón sexa detectado polas cámaras de deriva é moito menor cando  $\phi \sim \pi/2, 3\pi/2$ . Se recordamos as características de ALADIN, darémonos conta de que o oco do imán é rectangular, sendo moito maior a lonxitude na dirección horizontal ( $\phi = 0, \pi$ ) que na vertical ( $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ ); por este motivo, os protóns con  $\phi \sim \pi/2, 3\pi/2$  e cun valor de  $\theta$  grande non pasan a través do imán e por suposto non chegan ás cámaras de deriva, mentres que cando  $\phi \sim 0, \pi$  si son detectados.

## 3.2. Determinación da rixidez magnética $B\rho$ <sup>2</sup>

### 3.2.1. Método

A rixidez magnética dos ións obtense a partires da súa deflexión ao atravesar o campo magnético de ALADIN. Non obstante, trátase dun problema relativamente complexo que precisa de todo un método de reconstrución.

O método que aquí presentamos consiste esencialmente nunha interpolación lineal sobre unha retícula simulada nas variables  $B\rho$ ,  $\cos\theta$  e  $\phi$ . Nesta sección explicáremolo punto por punto para o caso particular do fragmento  ${}^7\text{Be}$  producido na disociación coulombiana do  ${}^8\text{B}$  a  $250 \text{ MeV}/u$ . O método é aplicable tamén para o protón ou en principio para calquera outro ión; sen embargo, requírese unha nova retícula específica en cada caso, pois a curvatura da traxectoria dunha partícula cargada ao atravesar un campo magnético non depende só da súa enerxía senón tamén da súa carga e masa, ver ecuación 2.26.

#### Simulación da retícula en $B\rho$ , $\cos\theta$ , e $\phi$

En primeiro lugar, empregamos o xerador de sucesos de disociación coulombiana do  ${}^8\text{B}$  a  $250 \text{ MeV}/u$  para estudar os rangos teóricos cubertos polas distribucións en  $B\rho$ ,  $\cos\theta$  e  $\phi$  que corresponden ao  ${}^7\text{Be}$  saínte. Ditas distribucións amósanse na figura 3.2.

Logo, seleccionamos o xerador de sucesos que nos permite o transporte do ión  ${}^7\text{Be}$  a través do dispositivo experimental. Os sucesos simulados cubrirán os rangos

---

<sup>2</sup>Nas simulacións correspondentes a esta sección non se respetou o tamaño real dos detectores, aumentáronse as súas dimensións  $x$  e  $y$  para que todos os sucesos fosen rexistrados.

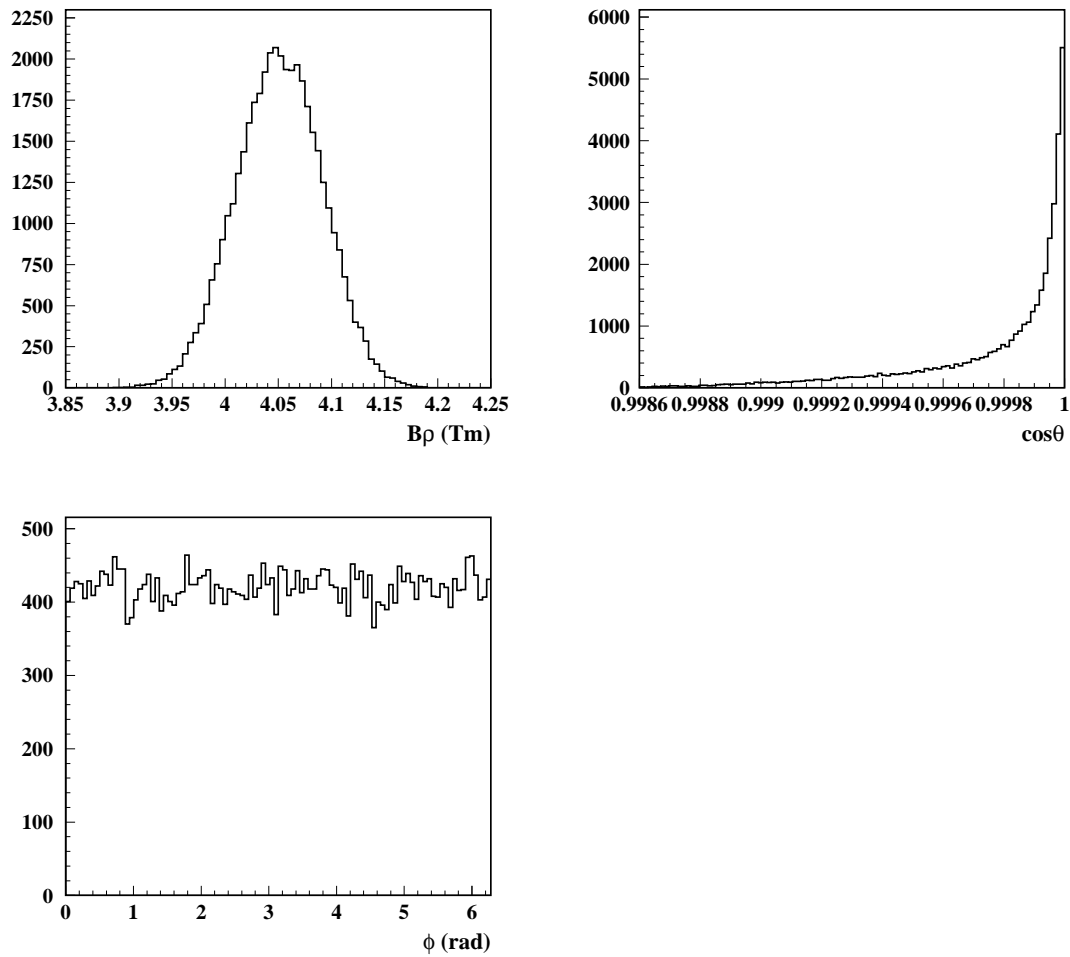


Figura 3.2: Distribucións teóricas nas variables  $B\rho$ ,  $\cos\theta$  e  $\phi$  para os fragmentos  ${}^7\text{Be}$  producidos na disociación coulombiana do  ${}^8\text{B}$  a  $250\text{ MeV}/u$ .

teóricos en  $B\rho$ ,  $\cos\theta$  e  $\phi$  partindo desde os valores mínimos e indo en pasos discretos ata os valores máximos. No cadro 3.1 poden verse os extremos superior e inferior e os pasos seleccionados nas tres variables, aínda que para aforrar tempo de computación non se varreron completamente os rangos angulares teóricos senón simplemente certos intervalos dentro dos mesmos.

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho$ [Tm]	3.85	4.25	0.1
$\cos\theta$	0.9997	0.99995	0.00005
$\phi$ [rad]	2.2	4.	0.2

Cadro 3.1: *Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos ións  ${}^7\text{Be}$ .*

A utilización da variable  $\cos\theta$  en lugar de  $\theta$  débese a cuestións de simetría, pois o ángulo sólido vén dado por  $d\Omega = r^2 d\phi d(\cos\theta)$ .

Posto que debido á interacción dos ións coa materia e á resolución espacial dos detectores se terá unha certa fluctuación nas traxectorias dos ións, simulouse cada caso ( $B\rho$ ,  $\cos\theta$ ,  $\phi$ ) varias veces e calculáronse os promedios das posicións rexistradas nos detectores. Con ditas posicións promedio obtense unha retícula como

$$B\rho, \theta, \phi, x_{SD1,r}, y_{SD1,r}, x_{SD2,r}, y_{SD2,r}, x_{DC,r}, y_{DC,r} \quad (3.2)$$

onde o subíndice  $r$  indica *retícula*. Aínda que a nós agora só nos interesarán as posicións horizontais  $x$ .

### Algoritmo para a determinación da rixidez magnética

Trátase en definitiva de interpolar dentro da retícula anterior. Supoñamos que un ión pasa a través do dispositivo experimental e se miden nos detectores unhas posicións  $x_{SD1,m}$ ,  $x_{SD2,m}$ ,  $x_{DC,m}$  (onde o subíndice  $m$  indica *medida*); o primeiro paso consiste en buscar dentro da retícula os puntos máis próximos a el, que serán os que se empreguen para interpolar.

Como definición de distancia entre dous puntos tomouse

$$d = \sqrt{(x_{SD1,m} - x_{SD1,r})^2 + (x_{SD2,m} - x_{SD2,r})^2 + (x_{DC,m} - x_{DC,r})^2} \quad (3.3)$$

A función coa que se interpola está inspirada na matriz de transmisión de ALADIN <sup>3</sup> onde a primeira orde o momento da partícula (ou equivalentemente

---

<sup>3</sup>No apéndice A faise unha breve introducción á óptica iónica e explícase o concepto de matriz de transmisión.

a súa rixidez magnética) depende de forma lineal das posicións  $x$  á entrada e á saída do dipolo e do ángulo  $\theta_x$ .

$$B\rho = a_0 + a_1x_{SD2} + a_2x_{DC} + a_3\theta_x \quad (3.4)$$

$$\theta_x = atan\frac{x_{SD2} - x_{SD1}}{L} \quad (3.5)$$

sendo  $L$  no noso caso a distancia entre os dous pares de detectores de silicio.

Finalmente, os puntos máis próximos seleccionados na retícula axústanse polo método de mínimos cadrados á función 3.4; así obtéñense os valores dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ . Para facer este axuste empregouse MINUIT [31], unha ferramenta desenrolada no CERN para buscar o mínimo dunha función multiparamétrica e analizar o seu comportamento arredor do mesmo.

Unha vez que se coñecen  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ , a determinación da rixidez magnética é inmediata pois só teremos que substituír en 3.4 os valores medidos.

Dadas as dependencias da función que se usa para interpolar, tiveron que incluírse na retícula trayectorias simuladas desde diferentes puntos de emisión no branco. Nótese que, se o punto de emisión é fixo, a cada valor de  $x_{SD2}$  lle corresponde un único valor de  $\theta_x$ ; de maneira que é redundante considerar estas dúas variables e os coeficientes que obtemos no axuste a 3.4 son erróneos. En concreto, simuláronse trayectorias desde tres puntos de emisión con  $x = -0.1, 0.0, 0.1 \text{ cm}$ .

### 3.2.2. Resolución intrínseca do método

Para avaliar a resolución intrínseca do método deben eliminarse das simulacións todos os factores externos que afectan á precisión dos nosos resultados, como a dispersión angular e en enerxía ou a resolución espacial finita dos detectores. Para isto, realizáronse as simulacións en baleiro, de maneira que desaparecen todos os efectos debidos á interacción dos ións coa materia, e fixouse  $\sigma = 0.0 \mu m$  como a resolución dos detectores.

O proceso mediante o cal se estimou a resolución do método desenrolado para a recostrucción da rixidez magnética dos fragmentos foi o seguinte:

1. Empregouse o xerador de sucesos segundo o cal os ións se lanzan con valores aleatorios de  $B\rho$ ,  $\cos\theta$  e  $\phi$  dentro dos rangos cubertos pola retícula e almacenáronse as posicións  $(x, y)$  nos detectores para todas as trayectorias simuladas. Estes representarán para nós o papel de sucesos experimentais.

2. Para cada un dos sucesos aleatorios anteriores estimouse a rixidez magnética do ión aplicando o método proposto e obtívose un resultado  $B\rho'$ .
3. Se se representa nun histograma a diferenza relativa entre a rixidez magnética estimada  $B\rho'$  e a real  $B\rho$

$$\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = \frac{B\rho' - B\rho}{B\rho} \quad (3.6)$$

obtense unha distribución gaussiana; tomouse a súa anchura,  $\sigma$ , como valor numérico da resolución.

Fixéronse simulacións para os fragmentos  ${}^7\text{Be}$  e protón resultantes da disociación coulombiana do  ${}^8\text{B}$  a  $250 \text{ MeV}/u$  e tamén para un ión máis pesado coma o  ${}^{132}\text{Sn}$  a  $1 \text{ GeV}/u$ . Os cadros 3.2, 3.3 e 3.4 amosan as retículas construídas en cada caso.

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho [Tm]$	3.85	4.25	0.1
$\cos\theta$	0.9997	0.99995	0.00005
$\phi [rad]$	2.2	4.0	0.2

Cadro 3.2: Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos ións  ${}^7\text{Be}$ .

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho [Tm]$	1.90	2.80	0.1
$\cos\theta$	0.9997	0.99995	0.00005
$\phi [rad]$	2.2	4.0	0.2

Cadro 3.3: Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos protóns.

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho [Tm]$	14.8	15.2	0.1
$\cos\theta$	0.9997	0.99995	0.00005
$\phi [rad]$	2.2	4.	0.2

Cadro 3.4: Retícula construída para a determinación da rixidez magnética de ións  ${}^{132}\text{Sn}$  cunha enerxía central de  $1 \text{ GeV}/u$ .

Nas seccións seguintes estudaranse as dependencias do noso método co obxectivo de optimizalo e mellorar os resultados que con el se poden obter.

### Dependencia da resolución intrínseca co número de puntos escollidos para a interpolación

Como xa se explicou, dado un certo suceso onde os detectores miden  $x_{SD1,m}$ ,  $x_{SD2,m}$  e  $x_{DC,m}$ , os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  da función que usamos para interpolar determínanse mediante un axuste dos puntos da retícula máis próximos a dita función. Atopouse que o número de puntos  $n_p$  que empreguemos para o axuste repercute sobre a resolución no cálculo da rixidez magnética; no cadro 3.5 recóllense as resolucións promedio para diferentes valores de  $n_p$ .

Se escollemos un número de puntos demasiado elevado a resolución empeora xa que nos movemos nun entorno menos local e o axuste dos puntos á función que propoñemos para interpolar xa non é tan bo. Non obstante,  $n_p$  non pode ser tampouco demasiado pequeno xa que entón comezan a aparecer casos onde os puntos seleccionados non recollen todas as dependencias da función e se obteñen valores erróneos para os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  que se traducen en resolucións moi malas; observáronse casos deste tipo para valores de  $n_p$  inferiores aos considerados no cadro 3.5.

Ión	$B\rho_0$ [Tm]	$B$ [T] <sup>4</sup>	$n_p$	$\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ [%]
<i>proton</i>	2.3	0.60	1000	0.120
			360	0.059
			180	0.036
<sup>7</sup> Be	4.05	0.60	500	0.052
			180	0.041
			90	0.044
			60	0.041
<sup>132</sup> Sn	15.0	2.	500	0.035
			180	0.035
			90	0.032

Cadro 3.5: Dependencia da resolución intrínseca en  $B\rho$  co número de puntos  $n_p$  que se emprega ao interpolar.

Pode verse ademáis que a influencia do número de puntos empregado sobre a resolución é maior no caso dos ións lixeiros coma o protón e diminúe a medida que traballamos con ións máis pesados, sendo case inaprezable para o <sup>132</sup>Sn. Isto débese

<sup>4</sup>Para estas simulacións, seleccionouse en ALADIN o campo magnético inhomoxéneo calculado por OPERA; o valor que aparece na táboa corresponde ao campo máximo dentro do imán. A non ser que se indique o contrario, todas as referencias ao valor do campo magnético en ALADIN que se fagan de aquí en diante deberán entenderse deste xeito.

a que se lanzamos un feixe de partículas  $X$ , a diferenza na deflexión que experimentará cada unha en ALADIN segundo o seu valor de  $B\rho$  é maior canto máis lixeiras sexan. En consecuencia, a apertura angular do feixe ao atravesar o dipolo e o espazo que cobren dentro do imán as traxectorias das partículas serán tamén maiores e para traballar nun entorno espacialmente local deberemos traballar con menos puntos  $n_p$ . Por comodidade tomaremos sempre  $n_p = 180$ .

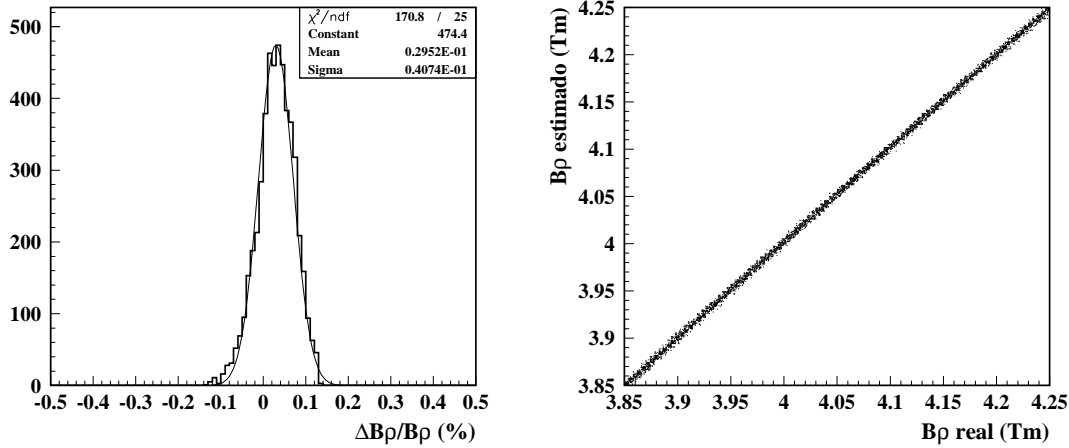


Figura 3.3: Resolución intrínseca en  $B\rho$  para o  ${}^7\text{Be}$  cando se utilizan 180 puntos da retícula para interpolar.

### 3.2.3. Resolución real do método

Os resultados anteriores corresponderían a unha situación ideal, pero se queremos unha estimación realista de  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$  é necesario incluír de novo nas nosas simulacións os efectos da interacción coa materia, en especial a dispersión angular e as resolucións finitas dos detectores de posición. O resultado final será fundamentalmente a suma das contribución da dispersión angular en cada un dos elementos do dispositivo experimental e da resolución dos diferentes detectores

$$\begin{aligned}
 (\Delta B\rho)^2 = & (\Delta B\rho)_{intrinsic}^2 + \\
 & (\Delta B\rho)_{d,HALL}^2 + (\Delta B\rho)_{d,branco Pb}^2 + \\
 & (\Delta B\rho)_{d,SD1}^2 + (\Delta B\rho)_{SD2}^2 + (\Delta B\rho)_{d,ALADIN}^2 + (\Delta B\rho)_{d,DC}^2 + \\
 & (\Delta B\rho)_{r,SD1}^2 + (\Delta B\rho)_{r,SD2}^2 + (\Delta B\rho)_{r,DC}^2
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde os subíndices  $d$  e  $r$  se refiren respectivamente á dispersión angular e á resolución dos detectores de rastreo.

No cadro 3.6 recóllense os resultados obtidos ao considerar as contribucións de todos os factores mencionados. No caso do protón e do  ${}^7\text{Be}$  fixéronse probas con dous medios distintos en HALL, aire e baleiro, e realizáronse ademáis simulacións con dous campos magnéticos en ALADIN.

Ión	$B\rho_0$ [Tm]	$B$ [T]	Angulo de deflexión °	Medio en HALL	$\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ [%]
protón	2.3	0.6	21.07	aire	0.75
				baleiro	0.53
		0.8	30.43	aire	0.53
				baleiro	0.36
${}^7\text{Be}$	4.05	0.6	11.97	aire	0.81
				baleiro	0.59
		0.8	17.11	aire	0.57
				baleiro	0.42
${}^{132}\text{Sn}$	15.0	2.	9.28	aire	0.31

Cadro 3.6: Resolución real en  $B\rho$ . Tivéronse en conta os efectos da interacción coa materia e as resolucións dos detectores.

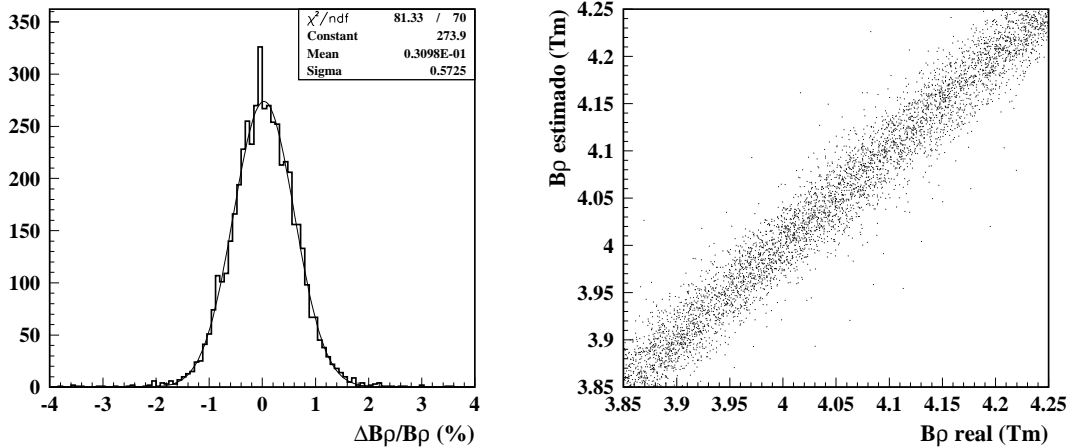


Figura 3.4: Resolución real en  $B\rho$  para o  ${}^7\text{Be}$  cun campo magnético en ALADIN de 0.8 T e o volume HALL en aire. As simulacións fixéronse tendo en conta a interacción coa materia e a resolución dos detectores.



Comprobamos que as resolucións en  $B\rho$  empeoran un factor 10 respecto ás resolucións intrínsecas.  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$  vén determinada pola relación entre a capacidade do imán para separar espacialmente os ións con distinta rixidez magnética e as incertezas na traxectoria das partículas debidas á dispersión angular e á resolución dos detectores; por esta razón, o feito de reducir a dispersión angular poñendo HALL en baleiro ou de aumentar o poder deflector do imán incrementando o campo magnético repercuten nunha melloría da resolución en  $B\rho$ .

Desde un punto de vista práctico, non é viable para un experimento de disociación coulombiana coma o do  ${}^8B$  ou o do  ${}^{23}Al$  e o  ${}^{27}P$  a opción de poñer o volume HALL en baleiro. A apertura angular dos protóns despois de atravesar o dipolo é demasiado grande como para que as súas traxectorias poidan cubrirse cunha pipa de baleiro.

Por outra banda,  $0.8 T$  é o máximo campo magnético que podemos ter en ALADIN para que os protóns resultantes da disociación coulombiana se transmitan a través do imán sen ser deflectados cara as paredes laterais do mesmo.

En base a todas estas consideracións, quedarémonos para a disociación coulombiana do  ${}^8B$  cos resultados obtidos cando HALL está en aire e o campo en ALADIN é de  $0.8 T$ ; isto é,  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = 0.5\%$  para os protóns e  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = 0.6\%$  para os ións  ${}^7Be$ .

A primeira vista pode resultar chamativo que a resolución sexa tan semellante para o protón e para un ión máis pesado coma o  ${}^7Be$ ; debe terse en conta que, aínda que para o protón a dispersión angular é maior (ver cadro 3.7), tamén é maior o poder deflector do imán, de maneira que os dous efectos se compensan en certo xeito e temos finalmente o mesmo que para o  ${}^7Be$ .

Íón	$B\rho [Tm]$	$E [MeV/u]$	Dispersión angular [ $mrad$ ]
protón	2.30	227.4	6.55
${}^7Be$	4.05	230.	4.07
${}^{132}Sn$	15.0	1000.	0.78

Cadro 3.7: *Dispersións angulares nun dos pares de detectores de silicio, cun espesor de  $69.9 mg/cm^2$ . Os cálculos realizáronse con Geant 3.21.*

### Estudo das distintas contribucións á resolución en $B\rho$

Ocuparémonos agora de separar as diferentes contribucións á resolución que aparecen na ecuación 3.7; para cada un dos elementos  $i$  do dispositivo experimental calculouse o valor promedio de  $(\Delta B\rho)_i^2$ . No cadro 3.8 amósanse as cantidades

$\frac{(\Delta B\rho)_i^2}{(\Delta B\rho)_{total}^2}$  no caso do  ${}^7\text{Be}$  cun campo magnético en ALADIN de 0.6 T.

Elemento	$\frac{(\Delta B\rho)_i^2}{(\Delta B\rho)_{total}^2}$ [%]
$(\Delta B\rho)_{intrinsic}$	0.46
$(\Delta B\rho)_{d,HALL}$	53.93
$(\Delta B\rho)_{d,branco Pb}$	1.53
$(\Delta B\rho)_{d,SD1}$	1.42
$(\Delta B\rho)_{d,SD2}$	38.41
$(\Delta B\rho)_{d,ALADIN}$	2.20
$(\Delta B\rho)_{d,DC}$	0.
$(\Delta B\rho)_{r,SD1}$	1.18
$(\Delta B\rho)_{r,SD2}$	1.21
$(\Delta B\rho)_{r,DC}$	0.

Cadro 3.8: Contribucións a  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$  de cada un dos elementos do dispositivo experimental simulado.

Obsérvase que a maior contribución provén da dispersión angular e en concreto das dispersións no aire do volume Hall e no segundo par de detectores de silicio.

É interesante a diferenza entre o efecto da dispersión no primeiro e no segundo par de detectores de silicio; pois vemos que, aínda tendo exactamente as mesmas características, as súas contribucións á resolución total difiren moito. Cando unha partícula se desvía ao atravesar o primeiro par de detectores, o segundo par ve esta desviación e podemos achegarnos ao ángulo co que a partícula entra realmente no imán. Sen embargo, cando isto ocorre no segundo par, non temos maneira de ver a desviación nin de estimar correctamente o ángulo de entrada no dipolo posto que non existe ningún outro detector diante do mesmo; de aí que a contribución sexa moito maior.

### Comparación dos resultados

Intentaremos comparar os resultados obtidos na reconstrución da rixidez magnética coas estimacións feitas para o novo dipolo de larga aceptación do experimento  $R^3B$  [30], que será capaz de deflectar  $18^\circ$  o  ${}^{132}\text{Sn}$  a  $1\text{ GeV}/u$ . O método que se segue para a determinación de  $B\rho$  non é o que nós empregamos, utilízanse dúas cámaras de deriva despois do imán e fanse dúas estimacións independentes da rixidez magnética:

- Na primeira tómanse dúas posicións da partícula á súa entrada no dipolo e unha terceira á saída.

- Na segunda trabállase con só unha posición antes do imán e coas dúas posicións rexistradas polas cámaras de deriva situadas despois do mesmo.

En ambas estimacións, se reconstrúe a primeira orde a rixidez magnética a partir da matriz de transmisión e se inclúen posteriormente correccións de orde superior [32]. A resolución en  $B\rho$  que se consegue combinando as dúas estimacións é do 0.082 % para o  $^{132}\text{Sn}$  a 1  $\text{GeV}/u$ .

Dado que ALADIN non tén capacidade para curvar ata  $18^\circ$  un ión pesado coma o  $^{132}\text{Sn}$  a 1  $\text{GeV}/u$ , decidiuse sustituír o campo magnético calculado con OPERA por un campo perpendicular e homoxéneo de 2.165 T, co que si se acadara unha deflexión desa magnitude. Mantendo o resto do dispositivo experimental e aplicando o noso método de reconstrución obtense  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = 0.16\%$ , unha resolución peor que a se tén para  $R^3B$  nun factor 2. Aínda que parte desta diferenza podería deberse a que o noso dispositivo experimental introduce unha maior dispersión angular, enténdese que fundamentalmente se debe aos métodos de reconstrución empregados en cada caso.

### 3.3. Resultados para a disociación coulombiana do $^{23}\text{Al}$ e do $^{27}\text{P}$

Fixéronse algunhas simulacións co obxectivo de determinar a resolución en  $B\rho$  que se acadaría empregando o noso método de reconstrución nos experimentos de disociación coulombiana que se realizarán no futuro no GSI para o  $^{23}\text{Al}$  e o  $^{27}\text{P}$ .

Como xa se viu nas seccións anteriores,  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$  dependerá da enerxía dos ións e da intensidade do campo magnético no dipolo ALADIN. Por este motivo, consideráronse diferentes enerxías para os fragmentos  $^{22}\text{Mg}$  e  $^{26}\text{Si}$  producidos nas disociacións do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$  respectivamente.

Ión	$B\rho_0$ [Tm]	$E$ [MeV/u]	$B$ [T]	Ángulo de deflexión [ $^\circ$ ]	$\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ [%]
$^{22}\text{Mg}$	4.05	206.8	0.8	17.36	0.58
	4.44	250.0	0.9	17.34	0.54
	4.93	300.0	0.9	15.55	0.55
$^{26}\text{Si}$	4.05	202.0	0.8	17.43	0.57
	4.50	250.0	0.9	17.15	0.54
	4.99	300.0	0.9	15.39	0.57

Cadro 3.9: Resolucións en  $B\rho$  para o  $^{22}\text{Mg}$  e o  $^{26}\text{Si}$  a distintas enerxías e con varios campos magnéticos en ALADIN.

Os resultados recóllense no cadro 3.9, observamos como ao aumentar a enerxía se reduce a dispersión angular e mellora a resolución se mantemos o poder deflector do imán. Para isto é preciso incrementar a intensidade do campo magnético paralelamente ao incremento da enerxía.

Se nos limitamos a aumentar a enerxía e mantemos o campo en ALADIN, a deflexión dos ións ao atravesalo é menor e diminúe a capacidade do imán para separar os fragmentos con distinta rixidez magnética. Isto é o que ocorre cando pasamos de  $250 \text{ MeV}/u$  a  $300 \text{ MeV}/u$  cun campo magnético de  $0.9 \text{ Tm}$  nos dous casos, comprobamos que a diminución da capacidade deflectora do imán repercutiu nun empobrecemento da resolución en  $B\rho$ .

# Capítulo 4

## Estudo da disociación coulombiana do ${}^8B$ a $250 \text{ MeV}/u$

Agora ocuparémonos de estudar polo miúdo o caso da disociación coulombiana do  ${}^8B$  a  $250 \text{ MeV}/u$ . As traxectorias dos fragmentos  ${}^7Be$  e protón serán reconstruídas segundo o método descrito nos capítulos anteriores, a información que se obtén empregarase logo para determinar as variables cinemáticas das que depende a sección eficaz diferencial de disociación; a saber, a enerxía relativa entre os dous fragmentos producidos,  $E_{rel}$ , e o ángulo de dispersión,  $\theta_8$ .

Finalmente, interesarámonos de novo polo dispositivo experimental co que estamos traballando e avaliaremos a súa eficiencia xeométrica para o caso concreto da disociación coulombiana.

### 4.1. Simulacións e reconstrucción de traxectorias

Utilizáronse o xerador de sucesos de disociación coulombiana do  ${}^8B$  a  $250 \text{ MeV}/u$  e o dispositivo experimental descritos no segundo capítulo, co volume Hall en aire e un campo magnético inhomoxéneo en ALADIN cun valor central de  $0.8 \text{ T}$ .

Ao considerar todo o intervalo no ángulo polar  $\theta$  co que son emitidos os protóns atopouse que aqueles con maior  $\theta$  non eran transmitidos a través do imán e chocaban coas paredes laterais do mesmo. Para evitar este problema, desprazouse na dirección  $x$  a posición do branco respecto ao dipolo e en consecuencia houbo que mover lixeiramente tamén as cámaras de deriva para detectar a maior cantidade de sucesos posible, no sistema de referencia de Hall as novas coordenadas serían as que se recollen no cadro 4.1.

En canto ás retículas construídas para a reconstrucción das traxectorias dos protóns e dos ións  ${}^7Be$ , terán que varrerse a totalidade dos rangos en  $\theta$  e  $\phi$  que cubren os fragmentos e non só un pequeno intervalo dentro dos mesmos como viñemos facendo

ata agora. Dado que isto incrementaría considerablemente o número de traxectorias a simular e o tempo de computación, vímonos obrigados a aumentar o tamaño do paso en  $\cos\theta$  e  $\phi$ . Nos cadros 4.2 e 4.3 amósanse as retículas que se empregaron.

Ademáis, reduciuse a 45 o número de puntos  $n_p$  da retícula cos que se interpola para calcular  $B\rho$ ; nótese que agora a distancia entre puntos é maior e que polo tanto se conservasemos  $n_p$  a interpolación sería moito menos local.

As resolucións en  $B\rho$  practicamente non se ven afectadas por estes cambios, temos  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = 0.6\%$  para os protóns e os ións  $^7Be$ .

Elemento	Posición $x$ [cm]
Dipolo ALADIN	28.8
DHC protóns	536.5
DHC $^7Be$	286.6

Cadro 4.1: Posición  $x$  do dipolo ALADIN e das cámaras de deriva, no sistema de referencia do volume nai Hall.

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho$ [Tm]	3.85	4.25	0.1
$\cos\theta$	0.9982	1.	0.0001
$\phi$ [rad]	0.	6.3	0.4

Cadro 4.2: Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos ións  $^7Be$ .

Magnitude	Valor mínimo	Valor máximo	Paso
$B\rho$ [Tm]	1.95	2.75	0.1
$\cos\theta$	0.9982	1.	0.0001
$\phi$ [rad]	0.	6.	0.4

Cadro 4.3: Retícula construída para determinar a rixidez magnética dos protóns.

## 4.2. A enerxía cinética relativa, $E_{rel}$

Quérese determinar a enerxía cinética relativa entre os dous fragmentos de disociación coulombiana no sistema de referencia centro de masas. A dedución da expresión matemática para este parámetro é moi sinxela; consideremos os cuádrimomentos correspondentes ao sistema formado polo protón e o  ${}^7\text{Be}$  nos sistemas de referencia laboratorio,  $P_{lab}$ , e centro de masas,  $P_{cm}$

$$P_{lab} = (E_{lab}, \vec{p}_p + \vec{p}_{{}^7\text{Be}}) \quad (4.1)$$

$$P_{cm} = (E_{cm}, \vec{0}) \quad (4.2)$$

onde  $E_{lab}$  é a enerxía total no laboratorio

$$E_{lab} = \sqrt{M_{{}^7\text{Be}}^2 c^2 + \vec{p}_{{}^7\text{Be}}^2 c^2} + \sqrt{M_p^2 c^2 + \vec{p}_p^2 c^2} \quad (4.3)$$

Se agora calculamos a masa invariante a partir dos cuádrimomentos nos dous sistemas de referencia e igualamos as expresións que resultan

$$E_{lab}^2 - (\vec{p}_{{}^7\text{Be}} + \vec{p}_p)^2 = E_{cm}^2 \quad (4.4)$$

A enerxía cinética relativa no centro de masas viría dada finalmente por

$$\begin{aligned} E_{rel} &= E_{cm} - (M_{{}^7\text{Be}} c^2 + M_p c^2) \\ &= \sqrt{E_{lab}^2 - (\vec{p}_{{}^7\text{Be}} + \vec{p}_p)^2} - (M_{{}^7\text{Be}} c^2 + M_p c^2) \\ &= \sqrt{E_{lab}^2 - \sum_{i=x,y,z} (\vec{p}_{i,{}^7\text{Be}} + \vec{p}_{i,p})^2} - (M_{{}^7\text{Be}} c^2 + M_p c^2) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Á vista desta expresión, é claro que a reconstrución de traxectorias nos proporciona toda a información necesaria para calcular  $E_{rel}$ :

1. O módulo dos momentos do protón e do  ${}^7\text{Be}$  extráese directamente das súas rixideces magnéticas, pois para unha partícula de carga  $Z$  tense que

$$B\rho = \frac{A u}{Z e} \beta \gamma c \quad (4.6)$$

onde  $A$  é o número másico,  $u$  é a unidade de masa atómica,  $c$  é a velocidade da luz no baleiro e  $e$  é a carga do electrón.

Sustituíndo a cantidade  $\frac{u}{c}$  polo seu valor numérico queda

$$B\rho = \frac{A}{Z} \beta \gamma 3.107 \quad [Tm] \quad (4.7)$$

Se ademáis temos en conta que o momento dunha partícula é

$$p = \gamma u A \beta c \quad (4.8)$$

podemos obter a seguinte relación entre o momento e a rixidez magnética

$$p = B\rho [Tm] \frac{Zuc}{3.107} \quad (4.9)$$

Como a cantidade 3.107 que aparece na fórmula téñ unidades de  $Tm$ , as unidades nas que se obteña o momento virán dadas por  $uc$ .

Por outra banda, dado que só debe multiplicarse  $B\rho$  por unha constante para obter o momento, a resolución relativa nas dúas magnitudes será a mesma; é dicir:

$$\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = \frac{\Delta p}{p} = 0.6\% \quad (4.10)$$

tanto para o protón coma para o  ${}^7Be$ .

2. As compoñentes  $x$ ,  $y$  e  $z$  dos momentos do protón e do  ${}^7Be$  poden calcularse agora empregando os ángulos polar e azimutal  $\theta$  e  $\phi$

$$p_x = p \cos\theta \cos\phi \quad p_y = p \cos\theta \sin\phi \quad p_z = p \sin\theta \quad (4.11)$$

### 4.2.1. Resultados

Na gráfica esquerda da figura 4.1 compáranse o valor real de  $E_{rel}$  que se téñ na simulación e o valor reconstruído  $E'_{rel}$ . Aínda que parece que existe un bo acordo entre ambos, podemos estimar cuantitativamente a calidade da reconstrucción tomando como valor numérico para a resolución relativa en  $E_{rel}$  a anchura da distribución gaussiana que resulta de representar

$$\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}} = \frac{E'_{rel} - E_{rel}}{E_{rel}} \quad (4.12)$$

Pode verse como a resolución relativa depende da enerxía na gráfica dereita da figura 4.1. Para  $1.5 \text{ MeV} < E_{rel} < 5.0 \text{ MeV}$  a resolución mantense practicamente constante nun 13% e a enerxías menores empeora dramaticamente.

Ademáis, se comparamos os nosos resultados cos obtidos para o experimento realizado no GSI co espectrómetro KaoS [16] vemos que as resolucións son practicamente iguais.



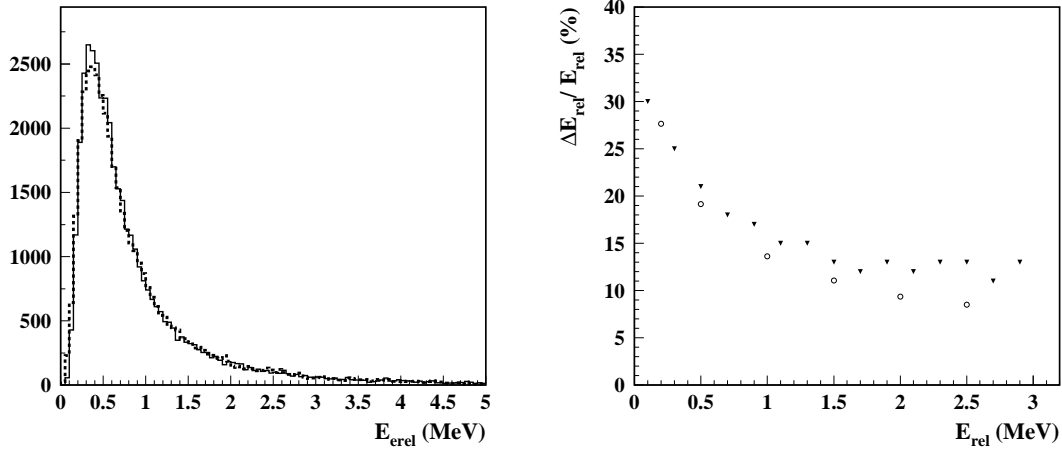


Figura 4.1: Resolución en  $E_{rel}$ .

Á esquerda represéntase a distribución en  $E_{rel}$  para a disociación coulombiana do  ${}^8B$  a 250 MeV/u; a liña discontinua corresponde á distribución reconstruída e a liña continua, á distribución real. Á dereita tense a resolución relativa en  $E_{rel}$  versus  $E_{rel}$ , os círculos corresponden ao experimento realizado no GSI co espectrómetro KaoS e os triángulos, ás nosas simulacións.

### 4.3. Ángulo de dispersión

O ángulo de dispersión  $\theta_8$  defínese como o ángulo entre os vectores  $\vec{p}_B$  e  $\vec{p}_{Be} + \vec{p}_p$ . Dado que nas nosas simulacións se asume que a incidencia do  ${}^8B$  é sempre paralela ao eixo  $Z$ ,  $\theta_8$  coincidiría co ángulo polar para o vector  $\vec{p}_{Be} + \vec{p}_p$  e pode empregarse a fórmula

$$\theta_8 = \text{atan} \frac{\sqrt{(p_{x,{}^7Be} + p_{x,p})^2 + (p_{y,{}^7Be} + p_{y,p})^2}}{p_{z,{}^7Be} + p_{z,p}} \quad (4.13)$$

De maneira que o cálculo de  $\theta_8$  só require o coñecemento das compoñentes dos momentos do protón e do  ${}^7Be$ , que se obteñen mediante as expresións 4.11.

#### 4.3.1. Resultados

A figura 4.2 amosa a comparación entre o ángulo  $\theta_8$  real para os sucesos de disociación coulombiana simulados e o ángulo  $\theta'_8$  estimado segundo a fórmula 4.13. A diferenza entre ambos é maior para os valores máis pequenos de  $\theta_8$ , pode observarse como o pico da distribución reconstruída está desprazado cara a dereita respecto ao pico da distribución real. Para sucesos de  $\theta_8 > 1.0^\circ$  as dúas distribucións practicamente coinciden.

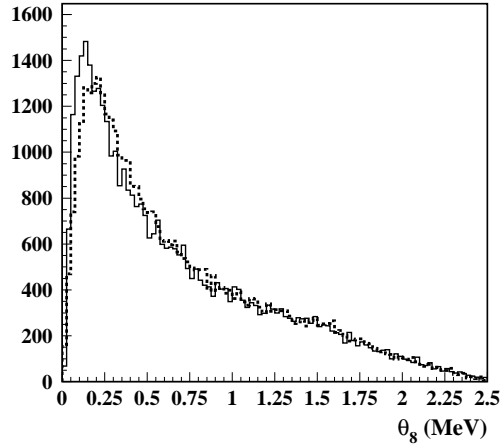


Figura 4.2: Distribución en  $\theta_8$  para a disociación coulombiana do  ${}^8B$  a 250 MeV/u. As liñas discontinua e continua corresponden ás distribucións reconstruída e real respectivamente.

### 4.3.2. Contribucións á resolución nos parámetros cinemáticos $E_{rel}$ e $\theta_8$

Se nos fixamos nas expresións 4.5 e 4.13 empregadas para calcular respectivamente a enerxía relativa entre os fragmentos de disociación coulombiana,  $E_{rel}$ , e o ángulo de dispersión,  $\theta_8$ ; é claro que a resolución nestes parámetros vén determinada pola resolución coa que se reconstrúen a rixidez magnética e os ángulos  $\theta$  e  $\phi$  cos que os fragmentos son emitidos desde o branco.

O que se pretende neste apartado é separar as contribucións destes dous factores ou, noutras palabras, saber canto inflúen as resolucións nos ángulos  $\theta$  e  $\phi$  e canto a resolución en  $B\rho$  sobre  $\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$  e  $\frac{\Delta\theta_8}{\theta_8}$ . Unha maneira sinxela de facelo consiste simplemente en estudar  $\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$  e  $\frac{\Delta\theta_8}{\theta_8}$  cando se calculan  $E_{rel}$  e  $\theta_8$ :

1. Usando o valor reconstruído de  $B\rho$  e os valores reais de  $\theta$  e  $\phi$ . Isto é tanto como dicir que a resolución en  $\theta$  e  $\phi$  é infinita, de maneira que os valores de  $\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$  e  $\frac{\Delta\theta_8}{\theta_8}$  que se obteñan amosarán só a contribución da resolución en  $B\rho$ .
2. Usando o valor real de  $B\rho$  xunto cos reconstruídos de  $\theta$  e  $\phi$ ; de maneira que os resultados para  $\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$  e  $\frac{\Delta\theta_8}{\theta_8}$  reflexen a contribución da resolución nos ángulos polar e azimutal  $\theta$  e  $\phi$ .

Os resultados recóllense no cadro 4.4, deles conclúese que a resolución en  $E_{rel}$  vén limitada fundamentalmente pola resolución coa que se determina a rixidez magnética dos fragmentos, aínda que tamén se observa unha pequena influencia da resolución nos ángulos  $\theta$  e  $\phi$ . No caso de  $\theta_s$  ocorre basicamente o contrario, a maior contribución provén dos ángulos polar e azimutal, sendo desprezable o papel de  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ .

Cálculo	$\frac{\Delta E_{rel}}{E_{rel}}$ [%]	$\frac{\Delta\theta_s}{\theta_s}$ [%]
$B\rho_{reconstruido}, \theta_{real}, \phi_{real}$	13.9	0.3
$B\rho_{real}, \theta_{reconstruido}, \phi_{reconstruido}$	7.7	27.8

Cadro 4.4: Contribucións á resolución en  $E_{rel}$  e  $\theta_s$ .

## 4.4. Eficiencia xeométrica

A eficiencia xeométrica  $\epsilon_{xcom}$  dun dispositivo experimental dinos cal é a porcentaxe de sucesos que a súa xeometría nos permite detectar. Supoñendo que non houbera ningún outro factor que impedise que un certo suceso fose rexistrado, podería escribirse matematicamente como:

$$\epsilon_{xcom} = \frac{\text{número de sucesos detectados}}{\text{número total de sucesos}} \quad (4.14)$$

Posto que os detectores considerados nas simulacións teñen unha eficiencia do 100% poderemos facer uso desta expresión; diremos que un suceso de disociación coulombiana foi detectado cando tanto o protón coma o  ${}^7\text{Be}$  foron vistos por todos os detectores.

No noso caso, a eficiencia xeométrica virá limitada sobre todo polos protóns xa que, ao ser partículas máis lixeiras, a apertura angular despois de atravesar ALADIN será moito maior para eles e non poderá ser cuberta pola cámara de deriva. A continuación expóñense os principais factores que determinarán  $\epsilon_{xcom}$ :

- **O dipolo ALADIN non tén plano focal**  
En consecuencia a distribución no plano  $XY$  dos fragmentos irá sempre medrando segundo nos afastemos de ALADIN.
- **O tamaño das cámaras de deriva**  
A sección transversal  $x \times y$  das cámaras é  $100 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ .
- **A distancia das cámaras de deriva a ALADIN**  
Dado que a anchura da distribución no plano  $XY$  aumenta ao afastarse de

ALADIN, a eficiencia será maior canto máis preto do imán estean os detectores. Sen embargo, o método proposto para reconstruír  $B\rho$  require unha certa distancia entre o imán e as cámaras de deriva.

■ **A posición no eixo horizontal  $X$  das cámaras de deriva**

A máxima eficiencia acádase cando as cámaras para os protóns e os ións  $^7Be$  se colocan nos máximos das distribucións en  $X$  correspondentes a ambos fragmentos.

Non obstante, isto non será sempre posible xa que tamén é necesario garantir que os ións  $^7Be$  non cheguen á cámara dos protóns; esta cámara traballa con altas tensións e estropearíase. En consecuencia, só poderán colocarse os dous detectores nos máximos das distribucións  $X$  se ditas distribucións están o suficientemente separadas, requisito que se cumpre por exemplo cando as cámaras de deriva se colocan entre 6 m e 8 m despois de ALADIN (ver figura 4.3).

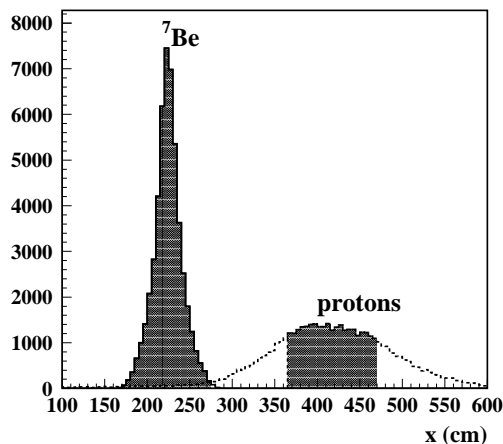


Figura 4.3: Distribucións en  $x$  para os ións  $^7Be$  e os protóns a unha distancia de 6 m detrás de ALADIN, as cámaras de deriva cubrirían as rexións coloreadas.

Outro elemento que debe terse en conta, aínda que contribuirá a  $\epsilon_{xeom}$  en menor medida, é a anchura das distribucións angulares en  $\theta$  dos protóns e dos ións  $^7Be$  ao saír do branco. Podería ocorrer que para os valores de  $\theta$  máis grandes as partículas non pasasen polos detectores de silicio ou non entrasen no imán.

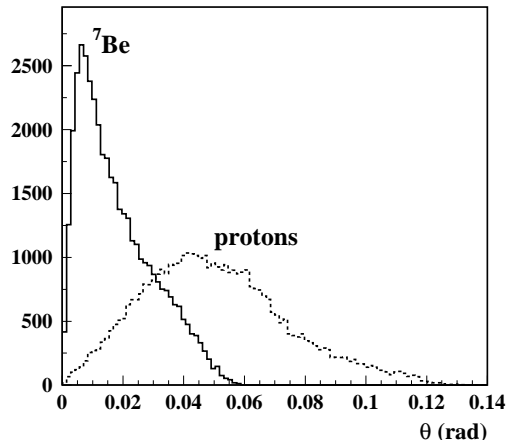


Figura 4.4: *Distribucións teóricas en  $\theta$  para os fragmentos da disociación coulombiana do  ${}^8B$  a  $250\text{ MeV/u}$ . A liña discontinua corresponde aos protóns e a continua, aos ións  ${}^7Be$ .*

## Resultados

Comezaremos pola porcentaxe de sucesos onde tanto o protón coma o  ${}^7Be$  son vistos polos dous pares de detectores de silicio situados xusto detrás do branco. Os resultados amósanse no cadro 4.5; aínda que o 100 % dos ións  ${}^7Be$  pasan polos detectores, non ocorre o mesmo para os protóns pois a anchura da distribución en  $\theta$  é moito maior e non saen tan focalizados cara adiante, ver figura 4.4.

${}^7Be$ detectados	100 %
protóns detectados	84 %
ambos	84 %

Cadro 4.5: *Sucesos nos que o protón, o  ${}^7Be$  e ambos fragmentos pasan polos dous pares de detectores de silicio.*

Agora veremos cal é a eficiencia xeométrica do dispositivo simulado; é dicir, a porcentaxe de sucesos nos que os fragmentos non só pasan polos detectores de silicio senón que tamén son rexistrados polas cámaras de deriva despois de atravesar o dipolo ALADIN. Para detectar a máxima cantidade de sucesos posible, as posicións  $X$  das cámaras de deriva fixéronse coincidir cos máximos das distribucións en  $X$  dos protóns e os ións  ${}^7Be$  respectivamente. No cadro 4.6 amósanse as porcentaxes de sucesos onde foron detectados o protón, o  ${}^7Be$  e ambos fragmentos.

$^7Be$ detectados	93 %
protóns detectados	21 %
ambos	20 %

Cadro 4.6: *Sucesos onde os fragmentos pasan por todos os detectores cando as cámaras de deriva distan 8 m do imán ALADIN.*

A figura 4.5 amosa a dependencia de  $\epsilon_{xeom}$  coa enerxía relativa entre fragmentos;  $\epsilon_{xeom}$  ronda o 90 % para enerxías próximas a cero e logo cae drasticamente ata o 10 %, valor que se mantén case constante a partires de  $E_{rel} > 2 \text{ MeV/u}$ .

Sería interesante analizar como mellora a eficiencia xeométrica cando achegamos as cámaras de deriva ao imán. Se en vez de colocalas a 8 m de distancia as colocamos a 6 m a resolución en  $B\rho$  non se ve significativamente afectada; tense de novo  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho} = 0.6\%$  para os protóns e os ións  $^7Be$ . En canto a  $\epsilon_{xeom}$ , no cadro 4.7 pode verse como mellora notablemente, pasando dun 20 % a un 32 %.

$^7Be$ detectados	98 %
protóns detectados	32 %
ambos	32 %

Cadro 4.7: *Sucesos onde os fragmentos pasan por todos os detectores cando as cámaras de deriva distan 6 m do imán ALADIN.*

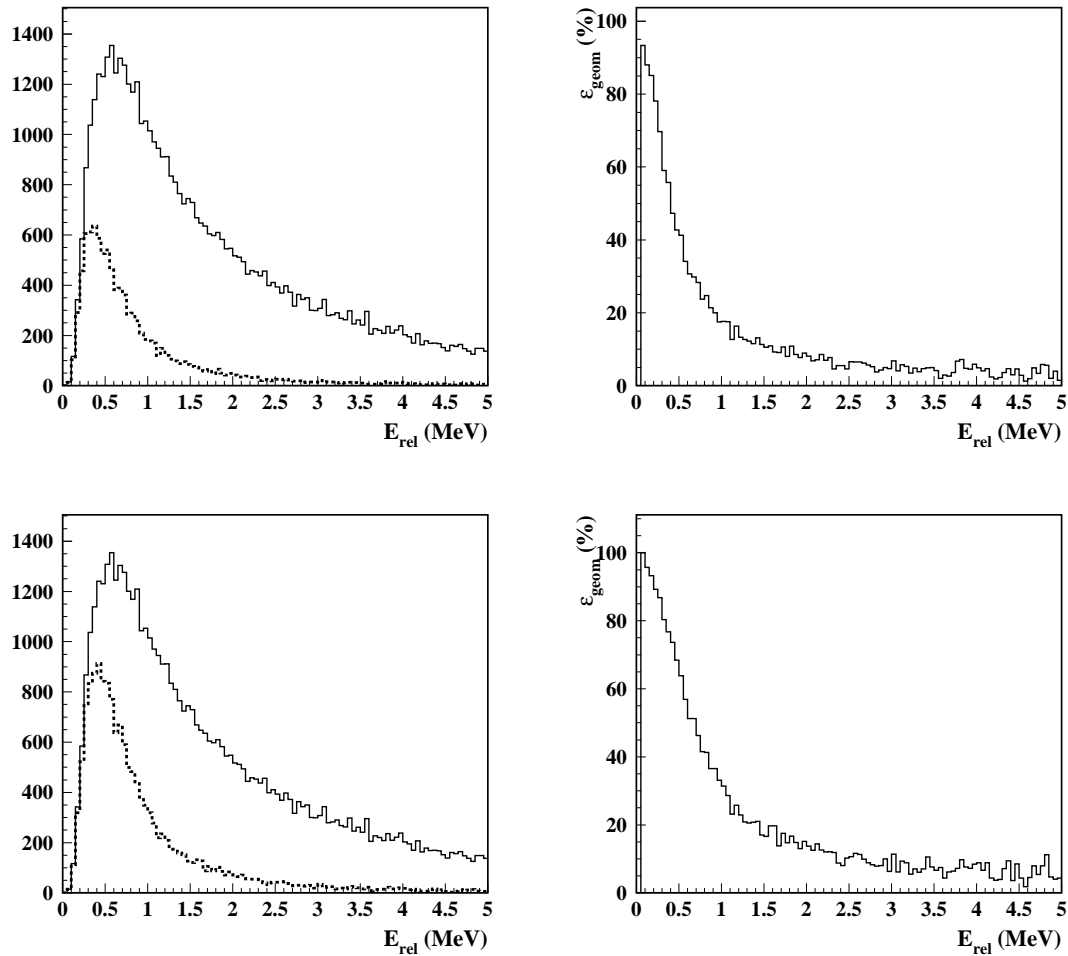


Figura 4.5: *Eficiencia xeométrica.*

*Os dous histogramas da parte superior corresponden a unha distancia de 8 m entre as cámaras de deriva e ALADIN. Á esquerda tense a distribución en  $E_{rel}$  para todos os sucesos (liña continua) e para os sucesos detectados (liña discontinua). Á dereita represéntase a eficiencia xeométrica  $\epsilon_{geom}$  en función da enerxía relativa  $E_{rel}$ .*

*Os histogramas da parte inferior, idem, pero cunha distancia de 6 m entre as cámaras e o imán.*





# Conclusións

O obxectivo deste traballo era a simulación e o estudo do dispositivo experimental ALADIN que se empregará no GSI para a medida das reaccións de disociación coulombiana do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$ , centrándonos maiormente no desenrolo dun método axeitado para a reconstrucción da rixidez magnética dos fragmentos emitidos. Tratábase fundamentalmente de estudar a viabilidade deste dispositivo para os experimentos de disociación coulombiana que nel se queren realizar, avaliando parámetros como a resolución en momento que se espera ou a eficiencia xeométrica.

Como punto de partida tomouse a disociación coulombiana do  $^8\text{B}$  a  $250\text{ MeV}/u$ , medida hai uns anos no GSI co espectrómetro KaoS. Así, simulouse o comportamento dos fragmentos  $^7\text{Be}$  e protón producidos nesta reacción ao longo do dispositivo ALADIN e buscouse un método para calcular as súas rixideces magnéticas ou momentos a partires da deflexión que experimentan ao seu paso polo dipolo ALADIN.

Atopouse que unha interpolación lineal baseada na matriz de transmisión do dipolo é suficiente para calcular cunha resolución relativa dun 0.6% a rixidez magnética de ambos fragmentos. Dita resolución vén limitada polo poder deflector do imán, a eficiencia xeométrica para os protóns e a dispersión angular nas capas de materia do dispositivo experimental.

Viuse ademáis como un incremento do campo magnético aumenta a separación espacial entre os ións con distinto momento e repercute nunha mellor resolución; sen embargo, existe unha cota máxima para o campo de  $0.8\text{ T}$  a partires da cal os protóns non se transmiten a través do dipolo e chocan coas paredes laterais do mesmo.

Unha análise detallada da contribución a  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$  de cada elemento do dispositivo experimental concluiu que os dous factores fundamentais son a dispersión angular no aire que rodea ao dispositivo e no segundo par de detectores de silicio, sumando entre os dous o 90% da contribución total a  $\frac{\Delta B\rho}{B\rho}$ . O efecto da resolución espacial dos detectores de rastreo é practicamente desprezable, pois non supón máis ca un 2%.

A información obtida mediante a reconstrución das traxectorias dos fragmentos permitiunos logo calcular os parámetros cinemáticos dos que depende a sección eficaz diferencial; i.e., o ángulo de dispersión,  $\theta_8$ , e a enerxía relativa entre fragmentos,  $E_{rel}$ . A precisión obtida para  $E_{rel}$  resultou ser comparable á que se conseguiu no experimento  ${}^8B$  realizado co espectrómetro KaoS no GSI. Disto pode concluírse en principio que o dispositivo experimental ALADIN é axeitado para os experimentos de disociación coulombiana do  ${}^{23}Al$  e do  ${}^{27}P$ .

Non obstante, á eficiencia xeométrica para protóns supón un problema, pois para obter unha boa resolución en  $B\rho$  vémonos obrigados a afastar as cámaras de deriva do imán e só un 30 % dos protóns son recollidos polos detectores.

Finalmente, obtivéronse tamén algúns resultados preliminares para os casos  ${}^{23}Al$  e  ${}^{27}P$ . A resolución en  $B\rho$  para enerxías entre  $200 MeV/u$  e  $300 MeV/u$  oscila entre o 0.5 % e o 0.6 %, dependendo dos valores da enerxía e da intensidade do campo magnético no imán. Isto deberá terse en conta nun futuro á hora de deseñar o experimento.

Este traballo deberá completarse máis adiante coa implementación dun xerador de sucesos de disociación coulombiana para o  ${}^{23}Al$  e  ${}^{27}P$ , que foi xa desenrolado por S. Typel no GSI. Nótese que os resultados que aquí se presentaron foron obtidos simplemente simulando o comportamento dos ións  ${}^{22}Mg$  e  ${}^{26}Si$  a través do dispositivo experimental coas subrutinas do propio Geant; sen embargo un xerador de sucesos permitiríanos coñecer as distribucións reais en  $B\rho$ ,  $\theta$  e  $\phi$  e estudar parámetros como a eficiencia xeométrica para os protóns ou a resolución ao reconstruír a enerxía relativa entre os fragmentos e o ángulo de dispersión.

Ademáis, está previsto realizar novas simulacións onde o imán ALADIN se substituirá polo novo dipolo de larga aceptación para  $R^3B$  [30] co obxectivo de estimar as melloras que isto pode supoñer.

# Apéndice A

## Matriz de transmisión

Neste apéndice explicaranse algúns conceptos básicos de óptica iónica, entre eles que é unha matriz de transmisión e como se calcula. Para isto, necesitaremos introducir primeiro o sistema de referencia co que se traballa en óptica de partículas cargadas, onde non interesa especialmente coñecer a posición da partícula en función do tempo, senón determinar o camiño que segue no interior dun sistema magnético.

Un feixe de partículas nun intre dado pode representarse mediante unha colección de puntos nun espazo seis-dimensional coñecido como *espazo de fase*, onde cada partícula se caracteriza mediante tres coordenadas espaciais e tres coordenadas que definen o seu momento. Na rexión do espazo de fase ocupada polo feixe de partículas escóllese un punto como *partícula de referencia*, en función da cal se definen as posicións e os momentos do resto; a súa traxectoria e o seu momento denomínanse respectivamente traxectoria e momento de referencia.

Chamarémoslle  $t$  á distancia ao longo da traxectoria de referencia e para todo punto de dita traxectoria definimos un eixo lonxitudinal  $t$  coa dirección e sentido do momento de referencia. Dúas das coordenadas espaciais que imos empregar son xustamente as coordenadas  $x$  e  $y$  transversais a este eixo, estando  $x$  na dirección horizontal e  $y$  na vertical. En canto á terceira, dado que a distancia  $t$  será para nós a variable independente que describa as traxectorias, introdúcese unha nova coordenada en función de  $t$ ,  $l$ , que será a diferenza nas lonxitudes dos camiños percorridos por unha certa partícula e pola partícula de referencia desde o principio ata que se cruza o plano perpendicular á traxectoria de referencia para un certo valor de  $t$ .

Finalmente, as tres cantidades coas que se especifica o momento dunha partícula son os cocientes entre as compoñentes transversais e lonxitudinal do momento e a desviación relativa no momento respecto á partícula de referencia ( $p_0$ ), tamén coñecida por dispersión.

$$\begin{aligned} x' &= \frac{p_x}{p_t} \\ y' &= \frac{p_y}{p_t} \\ \delta &= \frac{p - p_0}{p_0} \end{aligned} \tag{A.1}$$

A partires deste sistema de coordenadas pode describirse o efecto dun sistema magnético sobre a traxectoria dunha partícula cargada. Se se resolven a primeira orde as ecuacións de movemento a través de dito sistema, as coordenadas finais poden poñerse como función lineal das iniciais; así pois, en notación matricial teremos que

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ l \\ \delta \end{pmatrix}_f = R \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ l \\ \delta \end{pmatrix}_i \tag{A.2}$$

onde a matriz seis por seis  $R$  se coñece como *matriz de transmisión*.

Para cálculos máis precisos deben terse en conta termos non lineais onde aparecen dependencias cadráticas nas coordenadas iniciais; historicamente, estes termos coñécense como elementos de matriz de orde superior.

A matriz de transferencia a primeira orde obtense resolvendo as ecuacións de movemento no sistema de coordenadas mobil definido arriba, tomando  $t$  como variable independente e considerando unicamente os termos lineais nas coordenadas transversas. Nun campo magnético estático  $\vec{B}$ , a ecuación de movemento ben dada pola ben coñecida forza de Lorentz:

$$\dot{p} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{A.3}$$

onde  $\vec{v}$  é a velocidade da partícula e  $q$ , a súa carga.

Empregaremos o vector  $\vec{T}$  para denotar a posición da partícula en función da distancia  $t$  ao longo da traxectoria de referencia, a velocidade e o momento serán

$$\begin{aligned} \vec{v} &= v \frac{d\vec{T}}{dT} \\ \vec{p} &= p \frac{d\vec{T}}{dT} \end{aligned} \tag{A.4}$$

sendo  $\frac{d\vec{T}}{dT}$  un vector unitario tanxente á traxectoria da partícula.

A ecuación A.3 pode reescribirse entón do seguinte xeito

$$\frac{d^2\vec{T}}{dT^2} = \frac{q}{p} \frac{d\vec{T}}{dT} \times \vec{B} \quad (\text{A.5})$$

En cada punto da traxectoria dunha partícula defínense ademáis os tres vectores mutuamente perpendiculares  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{t})$ , os dous primeiros nas direccións horizontal e vertical e o terceiro tanxente á traxectoria de referencia. Para reformular a ecuación do movemento en termos de  $t$  necesitamos ademáis as derivadas destes tres vectores respecto a dito parámetro

$$\begin{aligned} \hat{x}' &= h\hat{t} \\ \hat{y}' &= 0 \\ \hat{t}' &= -h\hat{x} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

sendo  $\rho_0$  o radio de curvatura da traxectoria no punto  $t$  e  $h(t) = \frac{1}{\rho_0}$ .

Con todo isto, o elemento diferencial de liña ao longo dunha traxectoria arbitraria queda

$$d\vec{T} = dz\hat{x} + dy\hat{y} + (1 + hx)dt\hat{t} \quad (\text{A.7})$$

e temos ademáis que

$$\begin{aligned} dT^2 = d\vec{T}d\vec{T} &= dx^2 + dy^2 + (1 + hx)^2 dt^2 \approx (1 + hx)^2 dt^2 \quad (1^a \text{ orde}) \\ &\Rightarrow dT \approx (1 + hx)dt \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Finalmente, a ecuación de movemento teía o seguinte aspecto

$$\vec{T}'' = \frac{q}{p}(1 + hx)\vec{T}' \times \vec{B} \quad (\text{A.9})$$

Facendo algún traballo matemático e expandindo o campo magnético en termos do potencial escalar, se supoñemos simetría respecto ao plano medio horizontal do sistema magnético obteremos as seguintes ecuacións para as dúas coordenadas transversais [33]:

$$\begin{aligned} x'' + (1 - n)h^2x &= h\delta \\ y'' + nh^2y &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

sendo

$$n = - \left[ \frac{1}{hB_y} \right]_{x=0, y=0} \quad (\text{A.11})$$

e a solución xeral de A.10 sería

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 c_x(t) + x'_0 s_x(t) + \delta d_x(t) \\ y(t) &= y_0 c_y(t) + y'_0 s_y(t) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

No caso particular dos dipolos, trátase de imáns deflectores; *i. e.*, a súa función consiste basicamente en curvar as traxectorias das partículas. Debido á dependencia que existe entre o momento dun ión e a deflexión que experimenta ao atravesar o imán, os dipolos producen unha correlación entre a posición transversa e o momento, fenómeno que, coma no noso caso, pode aproveitarse para medir experimentalmente o momento das partículas.

A matriz de transferencia dun dipolo cun campo magnético:

$$\begin{aligned} B_y &= B_0 = \text{const.} \\ B_x &= B_z = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

obtense directamente de A.12 e tería o seguinte aspecto

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ \delta \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} C_x & S_x & 0 & D_x \\ C'_x & S'_x & 0 & D'_x \\ 0 & C_y & S_y & 0 \\ 0 & C'_y & S'_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ \delta \end{pmatrix}_f \quad (\text{A.14})$$

O imán ALADIN que se vai empregar para medir o momento dos fragmentos resultantes das disociacións coulombianas do  $^{23}\text{Al}$  e do  $^{27}\text{P}$  é un dipolo onde o campo magnético non é homoxéneo e aparecen elementos non lineais. Os elementos de matriz ata terceira orde poden calcularse por exemplo empregando o programa GICO [34], aínda que no caso de ALADIN unha aproximación a primeira orde é suficiente.

# Apéndice B

## O dipolo ALADIN

No noso dispositivo experimental, o imán ALADIN serviranos para separar os dous fragmentos de disociación coulombiana e tamén para medir os seus momentos, pois introducirá unha correlación entre o momento e a posición horizontal  $x$  dos ións.

En canto ao campo magnético no interior de ALADIN, trátase dun campo inhomoxéneo de carácter dipolar. Nas direccións  $x$  e  $y$  o campo non varía, pero na dirección  $z$  ( ao longo do camiño das partículas ) tén un máximo no centro e diminúe ao afastarnos del.

Na táboa B.1 amósanse algunhas características deste dipolo:

Lonxitude	1.760 $m$
Intensidade máxima campo magnético	1.66 $T$
Tamaño do polo	$1.1 \times 1.539 \text{ m}^2$
<i>Altura oco <math>\times</math> anchura</i>	$0.5 \times 1.54 \text{ m}^2$
Número de voltas (ambas bobinas)	330 ( $2 \times 11 \times 15$ )
Tamaño conductor	$0.24 \times 0.31 \text{ m}^2$
Corrente	2500 $A$
Densidade de corrente en $Cu$	$5.544 \text{ A/mm}^2$
Voltaxe (ambas bobinas)	600 $V$
Resistencia (ambas bobinas)	240 $m\Omega$
Lonxitude efectiva ( $I=2500 \text{ A}$ )	1.41 $m$
Aceptancia	$x = 510 \text{ mrad}, y = 180 \text{ mrad}$

Cadro B.1: *Características do dipolo ALADIN*





# Bibliografía

- [1] <http://www.gsi.de>
- [2] H.Herndl *et al.*, Phys.Rev.C.52 (1995) 1078
- [3] M.Wiescher *et al.*, Astrpphys.Astron.160 (1986) 56
- [4] G.Baur, C.A.Bertulani, H.Rebel, Nuclear Physics A 548 188 (1986)
- [5] A.C.Shotter *et al.*, J.Phys.G: Nucl.Phys. 14 (1988) L169
- [6] H.Utsunomiya *et al.*, Phys.Lett.B 211, 24 (1988); Nucl.Phys.A 511, 379 (1990); Phys.Rev.Lett. 65, 847 (1990)
- [7] J.Hesselbarth, S.Khan, Th.Kim, K.T. Knöpfle, Z. Phys A 331, 365 (1988); J. Hesselbarth, K.T. Knöpfle, Phys. Rev. Lett. 67, 2773 (1991)
- [8] J.Kiener, H.J. Gils, H. Rebel, G. Baur, Z. Phys. A 332, 359 (1989); J. Kiener *et al.*, Phys. Rev. C 44, 2195 (1991)
- [9] S.B. Gazes, J.E. Mason, R.B. Robeerts, S.G. Teichmann, Phys. Rev. Lett. 68, 150 (1992); J.E. Mason, S.B. Gazes, R.B. Roberts, S.G. Teichmann, Phys. Rev. C 45, 2870 (1992)
- [10] H. Utsunomiya *et al.*, Phys. Lett. B 416, 43 (1998); Y. Tokimoto *et al.* Phys. Rev. C 63, 035801 (2001)
- [11] T. Motobayashi *et al.*, Phys. Lett. B 264, 259 (1991)
- [12] J. Kiener *et al.*, Nucl. Phys. A 552, 66 (1993)
- [13] A. Lebefevre *et al.*, Nucl. Phys. A 592, 69 (1995)
- [14] T. Motobayashi *et al.*, Phys. Rev. Lett. 73, 2680 (1994)
- [15] N. Iwassa *et al.*, Phys. Soc. Jpn. 65, 1256 (1996)
- [16] Tese de F.Boué. L'Université Bordeaux I. Marzo 1999
- [17] <http://www-wnt.gsi.de/frs/index.asp>

- [18] <http://www-aix.gsi.de/kaos/html/kaoshome.html>
- [19] <http://wwwasdoc.web.cern.ch/wwwasdoc/geantold/GEANTMAIN.html>
- [20] Manual Geant 3.21, Detector description and simulation tool, CERN, Geneva (1993)
- [21] E.Halnet, PhD Thesis, TU Darmstadt
- [22] K.-H. Schmidt, E.Halnet, H. Geissel, G. Muenzenberg, J.-P. Dufour, Nucl. Instrum. and Methods A260 (1987) 287-303
- [23] <http://www-aix.gsi.de/scheid/ATIMA1.html>
- [24] Tese de licenciatura de Manuel Fernández. Universidade de Santiago de Compostela. Marzo 2002
- [25] L.Landau, J.Phys (USSR) 8,201 (1944)
- [26] P.V.Vavilov, Sov.Phys.JETP 5,749 (1957)
- [27] N.Iwasa, H.Geissel, G.Münzenberg, C.Scheidenberger, Th.Schwab, W.Wollnik, Nucl.Instrum.Methods 161, 171 (1979)
- [28] V.Highland, Nucl. Instrum. and Methods A, 129(1975) 497 and Nucl. Instr. Methods 161, 171 (1979)
- [29] [www.vectorfields.co.uk](http://www.vectorfields.co.uk)
- [30] <http://www-land.gsi.de/r3b/r3b.html>
- [31] <http://wwwasdoc.web.cern.ch/wwwasdoc/minuit/minmain.html>
- [32] Th.Aumann, *R<sup>3</sup>B* Technical Proposal (2005)
- [33] David C. Carey. The optics of charged particle beams. Fermi National Accelerator Laboratory. Batavia, Illinois (1939)
- [34] <http://www-linux.gsi.de/weick/mocadi/>